

Die thermomagnetischen Effekte von Indiumantimonid
oberhalb Zimmertemperatur

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der Doktorwürde

der

Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Herbert Wagini

aus

Mährisch-Ostrau

1964

18. Dezember 1963

1. Berichterstatter: Prof. Dr. H. WELKER

2. Berichterstatter: Prof. Dr. A. FAESSLER

Tag der mündlichen Prüfung: 19. Februar 1964

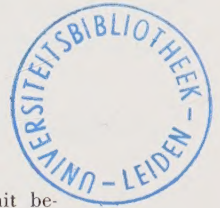
Transporttheorie für isotrope Zweibandleiter*

Von H. WAGINI

Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG, Erlangen

(Z. Naturforschg. 19 a, 1527—1541 [1964]; eingegangen am 28. Februar 1964)

Die Theorie der Transporterscheinungen wird allgemein für isotrope Zweibandleiter mit beliebigem $\varepsilon(k)$ -Verlauf der Bänder dargestellt. Spezielle Transportintegrale für parabolische Bänder und für das nichtparabolische InSb-Leitungsband (KANESche Form) werden in der Näherung schwacher ($\mu B \ll 1$) und starker ($\mu B \gg 1$) Magnetfelder bei Streuung an akustischen und optischen Phononen sowie an Ionen numerisch berechnet und tabellarisch zusammengestellt.



Die Theorie der von Ladungsträgern verursachten elektrischen und thermischen Effekte im Magnetfeld, kurz Transporttheorie genannt, ist für den isotropen Zweibandhalbleiter mit parabolischen Bändern ($\varepsilon \sim k^2$) von MADELUNG¹ einheitlich dargestellt worden. Erst in jüngster Zeit hat man den starken Einfluß der Nichtparabolizität auf verschiedene Transportgrößen erkannt. Inzwischen sind einige Arbeiten erschienen, welche die Erweiterung der Transporttheorie auf nichtparabolische Bänder zum Thema haben^{2-10a}. Der Weg zur Ableitung der Transportkoeffizienten ist somit schon vorgezeichnet. In dieser Arbeit wird versucht, möglichst übersichtliche Unterlagen in Form von Tabellen für die Auswertung experimenteller Ergebnisse zusammenzustellen.

Im ersten Abschnitt wird die Transporttheorie in voller Allgemeinheit für den isotropen Zweibandleiter mit beliebigem $\varepsilon(k)$ -Verlauf der Bänder dargestellt; dabei schließen wir uns im Formalismus soweit wie möglich MADELUNG¹ an. Anschließend werden die Transportkoeffizienten spezialisiert auf schwache ($\mu B \ll 1$) und starke ($\mu B \gg 1$) Magnetfelder. Im zweiten Abschnitt werden die Schwach- und Starkfeld-Transportintegrale für parabolische Bänder numerisch zusammengestellt. Im dritten Abschnitt wird eine analoge Aufstellung für das stark nichtparabolische InSb-Leitungsband (KANESche Bandform) gemacht.

Die einzelnen, im Verlauf der Rechnung auftretenden Größen für Elektronen im Leitungsband bzw. Löcher im Valenzband werden durch die Indizes n bzw. p charakterisiert. Im Vorzeichen unterscheiden sich primär beide Teilchensorten nur in ihrer Ladung ($e_n = -e$; $e_p = +e$) und der Richtung der Energiezählung. Die Indizierung (n, p) [oder ν] gibt an, daß die Gleichung sowohl für Elektronen n als auch für Löcher p gilt, sofern durchweg (n, p) [oder ν] durch den entsprechenden Index n bzw. p ersetzt wird.

1. Isotrope Bänder mit beliebigem $\varepsilon(k)$ -Verlauf

Ein beliebiger aber isotroper $\varepsilon(k)$ -Verlauf von Leitungs- und Valenzband wird als gegeben vorausgesetzt. Wir definieren eine positive Masse $\tilde{m}_\nu$:

$$\frac{1}{\tilde{m}(\varepsilon_\nu)} = \frac{1}{\hbar^2 \cdot k(\varepsilon_\nu)} \frac{d\varepsilon_\nu}{dk} \quad (1)$$

mit $\varepsilon_n = E - E_L$, $\varepsilon_p = E_V - E$; E_L = untere Leitungsbandkante, E_V = obere Valenzbandkante.

Diese Masse ist für nichtparabolische Bänder eine energieabhängige Größe. Zusammen mit der allgemein gültigen Beziehung

$$\mathbf{v}_\nu = (1/\hbar) \text{grad}_k \varepsilon_\nu \quad (2)$$

$$\text{erhält man} \quad \mathbf{v}_\nu = (\hbar \bar{k}_\nu) / \tilde{m}_\nu. \quad (3)$$

* Erste Teilveröffentlichung der Dissertation an der Universität München.

¹ O. MADELUNG, Handbuch der Physik, Bd. 20, Springer-Verlag, Berlin 1957.

² H. EHRENREICH, J. Phys. Chem. Solids **2**, 131 [1957].

³ J. KOŁODZIEJCZAK u. L. SOSNOWSKI, Acta Phys. Polon. **21**, 399 [1962].

⁴ G. I. GUSEVA u. I. M. TSIDILKOVSKII, Soviet Phys.-Solid State **4**, 1824 [1963].

⁵ R. BARRIE, Proc. Phys. Soc., Lond. B **69**, 553 [1956].

⁶ H. EHRENREICH, J. Phys. Chem. Solids **9**, 129 [1959].

⁷ J. KOŁODZIEJCZAK, Acta Phys. Polon. **20**, 379 [1961].

⁸ W. ZAWADZKI, phys. stat. solidi **2**, 385 [1962].

⁹ J. KOŁODZIEJCZAK, Acta Phys. Polon. **20**, 289 [1961].

¹⁰ T. C. HARMAN u. J. M. HONIG, J. Phys. Chem. Solids **23**, 913 [1962].

^{10a} T. C. HARMAN, J. M. HONIG u. B. M. TARMY, J. Phys. Chem. Solids **24**, 835 [1963].

Diese Masse („Impulsmasse“) verknüpft die Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ mit dem Wellenzahlvektor $\vec{k}$. Davon zu unterscheiden ist die im Kraftgesetz

$$\mathbf{F}_v = \hat{m}_v \dot{\mathbf{v}}_v \quad (4)$$

auf tretende effektive Masse („Kraftmasse“):

$$\hat{m}_v^{-1} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 \varepsilon_v}{dk^2}. \quad (5)$$

Nur im Falle parabolischer Bänder sind „Impuls-“ und „Kraftmasse“ identisch:

$$\tilde{m}_v = \hat{m}_v = \text{const.} \equiv m_v^*.$$

Für die Berechnung der Transportgrößen muß die Verteilungsfunktion von Elektronen und Löchern bei Anwesenheit äußerer Felder (elektrisches Feld: $\mathbf{E}$, magnetische Induktion: $\mathbf{B}$ und Temperaturgradient: $\text{grad}_r T$) bekannt sein. Im thermischen Gleichgewicht (d. h. ohne äußere Felder) ist die Verteilung der Ladungsträger, als Teilchen mit halbzahligen Spin, durch die FERMI-Verteilung gegeben:

$$f_{0v} = \frac{1}{1 + \exp \{ (\varepsilon_v - \zeta_v) / k_0 T \}}; \quad (6)$$

$\zeta_n = \zeta - E_L$, $\zeta_p = E_V - \zeta$, k_0 = BOLTZMANN-Konstante, T = absolute Temperatur, ζ = FERMI-Niveau.

Die durch die äußeren Felder hervorgerufene kleine Störung der Gleichgewichtsverteilung

$$f_v = f_{0v} + \Delta f_v = f_{0v} + \vec{k}_v \cdot \tilde{\chi}(k). \quad (7)$$

– $\tilde{\chi}(k)$ sei eine kleine, noch unbekannte Störfunktion, die nur vom Betrag des Wellenzahlvektors abhängt – erhält man als Lösung der BOLTZMANNschen Stationaritätsbedingung. Diese lautet mit dem Relaxationszeitansatz für den Stoßterm:

$$-\mathbf{v}_v \cdot \text{grad}_r f_v - \vec{k}_v \cdot \text{grad}_k f_v = \frac{\Delta f_v}{\tau_v} \quad (8)$$

Mit dieser vereinfachten Form, die für die Theorie eine wesentliche Erleichterung darstellt, beschränkt man sich auf Streumechanismen, die durch Relaxationszeiten zu beschreiben sind. Die drei für den Halbleiter wesentlichen Arten der Ladungsträgerstreuung fallen darunter:

1. Streuung an akustischen Phononen,
2. Streuung an optischen Phononen ($T > \Theta$),
3. Streuung an Ionen.

Bei der Streuung an optischen Phononen erfaßt man damit allerdings nur den Temperaturbereich oberhalb der DEBYE-Temperatur Θ .

Nach KOŁODZIEJCZAK und SOSNOWSKI³ läßt sich die Energieabhängigkeit der Ladungsträgerbeweglichkeit μ_{qv} für obige Streumechanismen allgemein schreiben:

$$\begin{aligned} \mu_{qv} &= \frac{e_v}{\tilde{m}_v} \tau_{qv} \\ &= \mu_{q0v} [k(\varepsilon_v)]^q \left(\frac{d\varepsilon_v}{dk} \right)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

mit

$$\begin{aligned} q_{\text{akust.}} &= -3, \quad q_{\text{opt.}} = -1 \quad (T > \Theta), \quad q_{\text{Ion}} = +1, \\ e_n &= -e, \quad e_p = +e, \quad e = \text{Betrag der Elementarladung.} \end{aligned}$$

Ohne Magnetfeld ist die äußere Kraft $\mathbf{F}$ der Gradient der gesamten potentiellen Energie des Ladungsträgers (vgl. ¹¹). Im Magnetfeld kommt die LORENTZ-Kraft hinzu, so daß insgesamt gilt:

$$\mathbf{F}_v = e_v (\mathbf{E} + [\mathbf{v}_v \mathbf{B}]) - \frac{\partial E_v^0}{\partial T} \text{grad}_r T \quad (10)$$

mit $E_n^0 = E_L$; $E_p^0 = -E_V$.

Berücksichtigt man

$$\mathbf{F}_v = \hbar \vec{k}_v \quad (11)$$

sowie

$$\text{grad}_k f_v = \frac{\partial f_{0v}}{\partial \varepsilon_v} \frac{\hbar^2}{\tilde{m}_v} \vec{k}_v + \text{grad}_k (\Delta f_v) \quad (12)$$

und vernachlässigt

$$\begin{aligned} &\text{grad}_r (\Delta f_v), \quad \mathbf{E} \cdot \text{grad}_k (\Delta f_v), \\ &\frac{\partial E_v^0}{\partial T} (\text{grad}_k (\Delta f_v) \cdot \text{grad}_r T), \end{aligned}$$

so findet man schließlich für die BOLTZMANN-Gleichung:

$$-\Delta f_v = \vec{k}_v \mathbf{K}_v + [\vec{k}_v \mathbf{s}_v] \text{grad}_k (-\Delta f_v) \quad (13)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_v &= \tau_{qv} \frac{\hbar}{\tilde{m}_v} \left\{ \text{grad}_r f_{0v} + \frac{\partial f_{0v}}{\partial \varepsilon_v} \left(e_v \mathbf{E} - \frac{\partial E_v^0}{\partial T} \text{grad}_r T \right) \right\}, \\ \mathbf{s}_v &= -\tau_{qv} \frac{e_v}{\tilde{m}_v} \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (14)$$

Hieraus ergibt sich als Lösung der BOLTZMANN-Gleichung für die Abweichung von der Gleichgewichtsverteilung (vgl. ¹):

$$\Delta f_v = - \frac{1}{1 + s_v^2} \vec{k}_v \{ \mathbf{K}_v + [\mathbf{s}_v \mathbf{K}_v] + \mathbf{s}_v (\mathbf{s}_v \mathbf{K}_v) \}. \quad (15)$$

Mit der hiermit bekannten, gestörten Verteilungsfunktion der Elektronen und Löcher kann man die

¹¹ O. MADELUNG, Z. Naturforschg. **13 a**, 22 [1958].

elektrische Stromdichte und die Energiestromdichte berechnen.

Die elektrische Stromdichte (transportierte Ladung pro Zeit- und Flächeneinheit) ist:

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_n + \mathbf{j}_p \quad (16)$$

$$= (-e) \frac{2}{(2\pi)^3} \int \mathbf{v}_n A f_n d^3k + e \frac{2}{(2\pi)^3} \int \mathbf{v}_p A f_p d^3k$$

und die Energiestromdichte (transportierte Energie pro Zeit- und Flächeneinheit):

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_n + \mathbf{c}_p + \mathbf{c}_L$$

$$= \frac{2}{(2\pi)^3} \int \tilde{E}_n \mathbf{v}_n A f_n d^3k$$

$$+ \frac{2}{(2\pi)^3} \int \tilde{E}_p \mathbf{v}_p A f_p d^3k - \kappa_L \text{grad}_T T \quad (17)$$

mit $\tilde{E}_n = \varepsilon_n + E_L$, $\tilde{E}_p = \varepsilon_p - E_V$.

Hierbei ist $\tilde{E}_{(n,p)}$ die Summe von kinetischer und potentieller Energie, $\mathbf{c}_L$ die von den Phononen getragene, nichtelektronische Energiestromdichte und κ_L die Gitterwärmeleitfähigkeit.

Bei diesem Ansatz wird vorausgesetzt, daß Elektronen und Löcher voneinander unabhängig sind, d. h. keine Wechselwirkung zeigen. „Phonon-drag“-Effekte (anisotrope Elektron-Phonon-Streuung), die nur bei tiefen Temperaturen eine Rolle spielen, sind nicht berücksichtigt.

Setzt man

$$\text{grad}_T f_{0\nu} = - \frac{\partial f_{0\nu}}{\partial \varepsilon_\nu} \left[\frac{\varepsilon_\nu}{T} + T \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta_\nu}{T} \right) \right] \text{grad}_T T, \quad (18)$$

so ergeben sich aus (15), (16) und (17) nach einigen Umformungen die Stromdichten bei beliebig gerichteten elektrischen und magnetischen Feldern und Temperaturgradienten zu

$$\mathbf{j} = M_{13+} \mathbf{E} + M_{22-} [\mathbf{B} \mathbf{E}] + M_{31+} \mathbf{B} (\mathbf{B} \mathbf{E})$$

$$+ S_{13-} \text{grad}_T T + S_{22+} [\mathbf{B} \text{grad}_T T]$$

$$+ S_{31-} \mathbf{B} (\mathbf{B} \text{grad}_T T) \quad (19)$$

$$\mathbf{c} = -N_{13-} \mathbf{E} - N_{22+} [\mathbf{B} \mathbf{E}] - N_{31-} \mathbf{B} (\mathbf{B} \mathbf{E})$$

$$- (L_{13+} + \kappa_L) \text{grad}_T T$$

$$- L_{22-} [\mathbf{B} \text{grad}_T T] - L_{31+} \mathbf{B} (\mathbf{B} \text{grad}_T T) \quad (20)$$

mit

$$M_{ik\nu} = - \frac{\hbar^2}{3\pi^2} \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^{\frac{i+k-6}{2}} \quad (21)$$

$$\cdot \int_0^\infty \frac{1}{1+s_\nu^2} |\mu_{q\nu}|^i x_\nu^{(i+k-4)/2} \frac{\partial f_{0\nu}}{\partial x_\nu} \frac{[k(x_\nu)]^4}{\tilde{m}_\nu} d[k(x_\nu)],$$

$$S_{ik\nu} = \left[\frac{T}{e} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta_\nu}{T} \right) + \frac{1}{e} \frac{\partial E_\nu^0}{\partial T} \right] M_{ik\nu} + \frac{1}{T} M_{i, k+2, \nu} \quad (22)$$

$$N_{ik\nu} = M_{i, k+2, \nu} + \frac{E_\nu^0}{e} M_{ik\nu}, \quad (23)$$

$$L_{ik\nu} = S_{i, k+2, \nu} + \frac{E_\nu^0}{e} S_{ik\nu}, \quad (24)$$

$$f_{0\nu} = \frac{1}{1 + \exp\{(\varepsilon_\nu - \zeta_\nu)/(k_0 T)\}}; \quad x_\nu = \frac{\varepsilon_\nu}{k_0 T},$$

$$|\mu_{q\nu}| = \frac{e}{\tilde{m}_\nu} \tau_{q\nu}; \quad s_\nu^2 = (\mu_{q\nu} B)^2,$$

$$E_n^0 = E_L, \quad E_p^0 = -E_V,$$

$$M_{ik\pm} = M_{ikn} \pm M_{ikp}$$

und entsprechend für

$$S_{ik\pm}, \quad N_{ik\pm}, \quad L_{ik\pm}.$$

Aus diesen Grundgleichungen für die elektrische Stromdichte (19) und Energiestromdichte (20) lassen sich alle Koeffizienten der verschiedenen in Halbleitern auftretenden Effekte angeben.

In Tab. 1 sind die wichtigsten Transportgrößen für beliebig starke Magnetfelder zusammengestellt (nach MADELUNG¹ ohne „phonon-drag“-Glieder). Die hierin auftretenden M_{ik} (21) sind Integrale recht komplizierter Natur und nur numerisch lösbar. Die Integrale vereinfachen sich, wenn man Grenzfälle betrachtet, einmal kleine Magnetfelder ($s_\nu^2 \ll 1$) und zum anderen große Magnetfelder ($s_\nu^2 \gg 1$).

Für $s_\nu^2 \ll 1$ läßt sich $1/(1+s_\nu^2)$ entwickeln (Schwachfeldnäherung) und man findet:

$$M_{ik\nu} \approx M_{ik\nu}^0 - M_{i+2, k-2, \nu}^0 B^2 \quad (25)$$

mit

$$M_{ik\nu}^0 = - \frac{\hbar^2}{3\pi^2} \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^{\frac{i+k-6}{2}}$$

$$\cdot \int_0^\infty |\mu_{q\nu}|^i x_\nu^{(i+k-4)/2} \frac{\partial f_{0\nu}}{\partial x_\nu} \frac{[k(x_\nu)]^4}{\tilde{m}_\nu} d[k(x_\nu)]. \quad (26)$$

Damit vereinfachen sich auch die Formeln für die Transportgrößen, die in der ersten nichtverschwindenden Näherung als Funktion der M_{ik}^0 in Tab. 2 aufgeführt sind. Die Koeffizienten der Transversaleffekte sind magnetfeldunabhängig und damit die Transversalgrößen linear in B , während die Longitudinalgrößen quadratisch mit B ansteigen.

Die Starkfeldnäherung mit $s_\nu^2 \gg 1$ liefert nach Entwicklung von $1/[s_\nu^2(1+1/s_\nu^2)]$:

$$M_{ik\nu} \approx M_{i-2, k+2, \nu}^0 B^{-2} - M_{i-4, k+4, \nu}^0 B^{-4}. \quad (27)$$

Die Starkfeld-Transportkoeffizienten als Funktion der M_{ik}^0 zeigt Tab. 3, wie sie sich aus den allgemeinen Formeln (Tab. 1) für $n \neq p$ in erster Näherung

	Symb.	Benennung	Definition	Formel	
Magnetfeldfreie Effekte	σ_0	spez. el. Leitfähigkeit	$\frac{j_x}{E_x} \mid \frac{dT}{dx}=0$	M_{13}^0	$D_0 = \begin{vmatrix} M_{13+} & -M_{22-}B_z \\ M_{22-}B_z & M_{13+} \end{vmatrix}$
	Ω_0	Th. Potentialgradient	$\frac{E_x}{dT/dx} \mid j_x=0$	$-\frac{S_{13-}^0}{M_{13+}^0}$	$D_1 = \begin{vmatrix} M_{22-}B_z & M_{13+} \\ -N_{13-} & N_{22+}B_z \end{vmatrix}$
	κ_0	Wärmeleitfähigkeit	$\frac{-c_x}{dT/dx} \mid j_x=0$	$\kappa_L - \frac{S_{13-}^0 N_{13-}^0}{M_{13+}^0} + L_{13+}^0$	$D_2 = \begin{vmatrix} M_{22-}B_z & M_{13+} \\ N_{22+}B_z & N_{13-} \end{vmatrix}$
Transversal-Effekte	R_i	isothermer Hall-Koeffizient	$\frac{E_y}{j_x B_z} \mid \begin{matrix} j_y=0 \\ dT/dx=0 \\ dT/dy=0 \end{matrix}$	$-\frac{M_{22-}}{D_0}$	$D_3 = \begin{vmatrix} -M_{22-}B_z & S_{13-} \\ M_{13+} & S_{22+}B_z \end{vmatrix}$
	P	Ettingshausen-Koeff.	$\frac{dT/dy}{j_x B_z} \mid \begin{matrix} j_y=0 \\ c_y=0 \\ dT/dx=0 \end{matrix}$	$-\frac{D_2}{D_5 B_z}$	$D_4 = \begin{vmatrix} M_{13+} & S_{13-} \\ M_{22-}B_z & S_{22+}B_z \end{vmatrix}$
	Q_i	isothermer Ettingsh.-Nernst-Koeff.	$\frac{E_y}{B_z dT/dx} \mid \begin{matrix} j_x=0 \\ j_y=0 \\ dT/dy=0 \end{matrix}$	$-\frac{D_4}{D_0 B_z}$	
	S	Righi-Leduc-Koeff.	$\frac{dT/dy}{B_z dT/dx} \mid \begin{matrix} j_x=0 \\ j_y=0 \\ c_y=0 \end{matrix}$	$\frac{D_6}{D_5 B_z}$	
Longitudinal-Effekte	σ_{Bi}	isotherme spez. el. Leitfähigkeit im Magnetfeld	$\frac{j_x}{E_x} \mid \begin{matrix} j_y=0 \\ dT/dx=0 \\ dT/dy=0 \end{matrix}$	$\frac{D_0}{M_{13+}}$	$D_5 = \begin{vmatrix} M_{13+} & -M_{22-}B_z & S_{13-} \\ M_{22-}B_z & M_{13+} & S_{22+}B_z \\ -N_{13-} & N_{22+}B_z & -(L_{13+} + \kappa_L) \end{vmatrix}$
	Ω_{Bi}	isothermer Th. Potentialgradient im Magnetfeld	$\frac{E_x}{dT/dx} \mid \begin{matrix} j_x=0 \\ j_y=0 \\ dT/dy=0 \end{matrix}$	$\frac{D_3}{D_0}$	
	κ_{Bi}	isotherme Wärmeleitfähigkeit im Magnetfeld	$\frac{-c_x}{dT/dx} \mid \begin{matrix} j_x=0 \\ j_y=0 \\ dT/dy=0 \end{matrix}$	$-\frac{D_5}{D_0}$	$D_6 = \begin{vmatrix} M_{13+} & -M_{22-}B_z & S_{13-} \\ M_{22-}B_z & M_{13+} & S_{22+}B_z \\ N_{22+}B_z & N_{13-} & L_{22-}B_z \end{vmatrix}$

$$M_{ik(n,p)} = -e^{\frac{6-j-k}{2}} \frac{\hbar^2}{3\pi^2} (k_0 T)^{\frac{i+k-6}{2}} \int_0^\infty \frac{1}{1+S_{(n,p)}^2} \left| \mu_{q(n,p)} \right|^i x_{(n,p)}^{\frac{i+k-4}{2}} \frac{\partial f_{0(n,p)}}{\partial x_{(n,p)}} \frac{[k(x_{(n,p)})]^4}{\tilde{m}_{(n,p)}} d[k(x_{(n,p)})]$$

$$\left| \mu_{q(n,p)} \right| = \frac{e}{\tilde{m}_{(n,p)}} \tau_q = \mu_{q0} [k(\varepsilon_{(n,p)})]^q \left(\frac{d\varepsilon_{(n,p)}}{dk} \right)^2; \quad q_{akust.} = -3, \quad q_{opt.} = -1 (T > \Theta), \quad q_{lon} = +1; \quad \varepsilon_n = E - E_L, \quad \varepsilon_p = E_V - E;$$

$$\frac{1}{\tilde{m}_{(n,p)}} = \frac{1}{\hbar^2 k(\varepsilon_{(n,p)})} \frac{d\varepsilon_{(n,p)}}{dk}; \quad x_{n,p} = \frac{\varepsilon_{(n,p)}}{k_0 T}; \quad S_{(n,p)}^2 = + \left(\tau_q \frac{e}{\tilde{m}_{(n,p)}} \right)^2 B^2; \quad f_{0(n,p)} = \frac{1}{1 + \exp(x_{(n,p)} - \eta_{(n,p)})};$$

$$\eta_n = \frac{\zeta - E_L}{k_0 T}, \quad \eta_p = \frac{E_V - \zeta}{k_0 T}; \quad S_{ik(n,p)} = \left(\frac{T}{e} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta_{(n,p)}}{T} \right) + \frac{1}{e} \frac{\partial E_{(n,p)}^0}{\partial T} \right) M_{ik(n,p)} + \frac{1}{T} M_{ik+2,(n,p)}; \quad \zeta_n = \zeta - E_L; \quad \zeta_p = E_V - \zeta;$$

$$N_{ik(n,p)} = M_{ik+2,(n,p)} + \frac{E_{(n,p)}^0}{e} M_{ik(n,p)}; \quad L_{ik(n,p)} = S_{ik+2,(n,p)} + \frac{E_{(n,p)}^0}{e} S_{ik(n,p)}; \quad E_n^0 = E_L, \quad E_p^0 = -E_V;$$

$$M_{ik\pm} = M_{ikn} \pm M_{ikp} \quad \text{ebenso} \quad S_{ik\pm}, N_{ik\pm}, L_{ik\pm}$$

κ_L = Gitterwärmeleitfähigkeit; e = Betrag der Elementarladung; ζ = Fermi-Niveau

$$\left. \begin{array}{l} j_k = \text{elektrische Stromdichte} \\ c_k = \text{Wärmestromdichte} \\ E_k = \text{elektrisches Feld} \end{array} \right\} K = x, y, z$$

Tab. 1. Transportgrößen (beliebig starkes Magnetfeld; isotrope Bänder).

σ_0	M_{13+}^0
φ_0	$\Omega_0 + \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta}{e} \right) = - \frac{1}{T M_{13+}^0} \left[M_{15-}^0 - \frac{\zeta_n}{e} M_{13n}^0 + \frac{\zeta_p}{e} M_{13p}^0 \right]$
κ_0	$\kappa_L + \frac{1}{T} \left[M_{17n}^0 - \frac{(M_{15n}^0)^2}{M_{13n}^0} + M_{17p}^0 - \frac{(M_{15p}^0)^2}{M_{13p}^0} + \frac{M_{13n}^0 M_{13p}^0}{M_{13+}^0} \left(\frac{\Delta E}{e} + \frac{M_{15n}^0}{M_{13n}^0} + \frac{M_{15p}^0}{M_{13p}^0} \right)^2 \right]$
R_i^0	$-\frac{M_{22-}^0}{(M_{13+}^0)^2}$
ρ^0	$\frac{1}{\kappa_0 (M_{13+}^0)^2} \left[M_{15-}^0 M_{22-}^0 - M_{24+}^0 M_{13+}^0 - \frac{\Delta E}{e} (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{13p}^0 M_{22n}^0) \right] = \frac{q_i^0 T}{\kappa_0}$
q_i^0	$\frac{1}{T (M_{13+}^0)^2} \left[M_{15-}^0 M_{22-}^0 - M_{24+}^0 M_{13+}^0 - \frac{\Delta E}{e} (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{13p}^0 M_{22n}^0) \right]$
S^0	$\frac{1}{T \kappa_0 (M_{13+}^0)^2} \left\{ 2 M_{13+}^0 M_{15-}^0 M_{24+}^0 - (M_{13+}^0)^2 M_{26-}^0 - (M_{15-}^0)^2 M_{22-}^0 + \frac{2 \Delta E}{e} \left[M_{15-}^0 (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{13p}^0 M_{22n}^0) + M_{13+}^0 (M_{13n}^0 M_{24p}^0 - M_{13p}^0 M_{24n}^0) \right] + \right.$
$\frac{\sigma_{B1}^0 - \sigma_0}{B^2}$	$-\frac{M_{13+}^0 M_{31+}^0 - (M_{22-}^0)^2}{M_{13+}^0} + \left(\frac{\Delta E}{e} \right)^2 \left[(M_{13n}^0)^2 M_{22p}^0 - (M_{13p}^0)^2 M_{22n}^0 \right]$
$\frac{\varphi_{B1}^0 - \varphi_0}{B^2}$	$\frac{1}{(M_{13+}^0)^2 T} \left\{ M_{13+}^0 M_{33-}^0 - M_{31+}^0 M_{15-}^0 + (M_{22-}^0)^2 \left(\frac{M_{15-}^0}{M_{13+}^0} - \frac{M_{24+}^0}{M_{22-}^0} \right) + \frac{\Delta E}{e} \left[(M_{13p}^0 M_{31n}^0 - M_{13n}^0 M_{31p}^0) - \frac{M_{22-}^0}{M_{13+}^0} (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{13p}^0 M_{22n}^0) \right] \right\}$
$\frac{\kappa_{B1}^0 - \kappa_0}{B^2}$	$\frac{-1}{(M_{13+}^0)^2 T} \left\{ (M_{31+}^0 - \frac{(M_{22-}^0)^2}{M_{13+}^0}) (M_{15-}^0)^2 + 2 M_{15-}^0 (M_{22-}^0 M_{24+}^0 - M_{13+}^0 M_{33-}^0) + M_{13+}^0 [M_{13+}^0 M_{35+}^0 - (M_{24+}^0)^2] + \frac{2 \Delta E}{e} \left[M_{13+}^0 (M_{13n}^0 M_{33p}^0 + M_{33n}^0 M_{13p}^0) + \right. \right.$ $\left. + M_{15-}^0 (M_{13n}^0 M_{31p}^0 - M_{31n}^0 M_{13p}^0) + \left(\frac{M_{15-}^0 M_{22-}^0}{M_{13+}^0} - M_{24+}^0 \right) (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{22n}^0 M_{13p}^0) \right] + \left(\frac{\Delta E}{e} \right)^2 \left[(M_{13n}^0)^2 M_{31p}^0 + (M_{13p}^0)^2 M_{31n}^0 - \frac{1}{M_{13+}^0} (M_{13n}^0 M_{22p}^0 + M_{22n}^0 M_{13p}^0)^2 \right] \right\}$

$$M_{ik(n,p)}^0 = -e^{\frac{6-i-k}{2}} \frac{\hbar^2}{3\pi^2} (k_0 T)^{\frac{i+k-6}{2}} \int_0^\infty \left| \mu_{q(n,p)} \right|^i X_{(n,p)} \frac{i+k-4}{2} \frac{\partial f_0(n,p)}{\partial X_{(n,p)}} \frac{[k(X_{(n,p)})]^4}{\widehat{m}_{(n,p)}} d[k(X_{(n,p)})]; \Delta E = E_L - E_V (\text{Breite der verbotenen Zone})$$

Tab. 2. Transportgrößen (Schwachfeldnäherung; isotrope Bänder).

ergeben. (Beim HALL-Koeffizienten ist auch der nächsthöhere Term aufgeführt.)

Für $n=p$ (Eigenleitung) wird M_{04-}^0 zu Null, wie man den Tab. 4 b oder 5 b entnimmt; d. h. es treten teilweise Nullstellen des Nenners in den Starkfeld-Transportkoeffizienten (Tab. 3, links) auf. Diese verschwinden, wenn das zweite von Null verschiedene Näherungsglied (27) für M_{22-} herangezogen wird (Tab. 3, rechte Spalte). Die Magnetfeldabhängigkeiten einiger Transportkoeffizienten in der Starkfeldnäherung sind daher für $n \neq p$ und $n=p$ verschieden.

Der ETTINGSHAUSEN-NERNST-Koeffizient strebt nun einem Grenzwert zu und wird nicht mit B^{-2} Null. Die spezifisch elektrische Leitfähigkeit im Magnetfeld geht mit B^{-2} gegen Null; es existiert kein Sät-

tigungswert mehr. Die elektronische Wärmeleitfähigkeit verschwindet nicht mit B^{-2} , sondern hat einen endlichen Grenzwert^{11a}.

Da wir die M_{ik}^0 als Funktion der Ladungsträgerkonzentrationen und der makroskopischen Beweglichkeiten ausdrücken wollen, sollen auch noch die allgemeinen Formeln für diese beiden Größen angegeben werden.

Ladungsträgerkonzentration

Jeder Quantenzustand im k -Raum beansprucht ein Volumen von $(2\pi)^3$ und kann mit zwei Ladungsträgern entgegengesetzten Spins besetzt wer-

^{11a} Man beachte auch, daß der Starkfeld-HALL-Koeffizient in der Eigenleitung vom Streumechanismus abhängt.

$n \neq p \quad (M_{04}^0 \neq 0)$

R_i^∞	$-\frac{1}{M_{04}^0} + \left[\frac{(M_{-15}^0)^2}{(M_{04}^0)^3} - \frac{M_{-26}^0}{(M_{04}^0)^2} \right] B^{-2}$
p^∞	$\frac{Q_i^\infty T}{\mathcal{K}_{Bi}^\infty}$
Q_i^∞	$-\frac{B^{-2}}{T(M_{04}^0)^2} \left[M_{-15}^0 M_{06}^0 - M_{04}^0 M_{-17}^0 + \frac{\Delta E}{e} (M_{-15n}^0 M_{04p}^0 + M_{-15p}^0 M_{04n}^0) \right]$
S^∞	$-\frac{B^{-2}}{\mathcal{K}_L M_{04}^0 T} \left[M_{04n}^0 M_{06}^0 - (M_{06}^0)^2 - \frac{2\Delta E}{e} (M_{04n}^0 M_{06p}^0 + M_{04p}^0 M_{06n}^0) - \left(\frac{\Delta E}{e} \right)^2 \frac{M_{04n}^0 M_{04p}^0}{e} \right]$
$\bar{\sigma}_{Bi}^\infty$	$\frac{(M_{04}^0)^2}{M_{-15}^0}$
Q_{Bi}^∞	$-\frac{1}{TM_{04}^0} \left(M_{06}^0 - \frac{\zeta_n}{e} M_{04n}^0 - \frac{\zeta_p}{e} M_{04p}^0 \right) - \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta}{e} \right)$
$\mathcal{K}_{Bi}^\infty$	$\mathcal{K}_L$

$n=p \quad (\text{Eigenleitung; Index } (i))$

$\frac{M_{-26}^0}{(M_{-15}^0)^2}$	
$\frac{TQ_{(i)}^\infty}{\mathcal{K}_{Bi}^\infty}$	
$-\frac{M_{06}^0 + \frac{\Delta E}{2e} M_{04}^0}{TM_{-15}^0}$	
$\frac{-B^{-2}}{T(M_{-15}^0)^2 \mathcal{K}_{Bi}^\infty} \left\{ M_{-15}^0 (M_{-15}^0 M_{08}^0 - 2M_{-17}^0 M_{06}^0) + (M_{06}^0)^2 M_{-26}^0 + \frac{\Delta E}{e} \left[2M_{-15}^0 (M_{-15p}^0 M_{06n}^0 - M_{-15n}^0 M_{06p}^0) + M_{04}^0 (M_{-15n}^0 M_{06p}^0 - M_{-15p}^0 M_{06n}^0) \right] + \left(\frac{\Delta E}{2e} \right)^2 M_{04}^0 (M_{04n}^0 M_{-15}^0 - 2M_{-15}^0 M_{04p}^0) \right\}$	
$M_{-15}^0 B^{-2}$	
$\frac{1}{T(M_{-15}^0)^2} \left[M_{-26}^0 (M_{06}^0 + \frac{\Delta E}{2e} M_{04}^0) - M_{-15}^0 (M_{-17}^0 - \frac{\zeta_n}{e} M_{-15n}^0 + \frac{\zeta_p}{e} M_{-15p}^0) \right] - \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\zeta}{e} \right)$	
$\mathcal{K}_L + \frac{1}{TM_{-15}^0} \left(M_{06}^0 + \frac{\Delta E}{2e} M_{04}^0 \right)^2$	

Tab. 3. Transportgrößen (Starkfeldnäherung; isotrope Bänder).

den. Die Zustandsdichte ist somit:

$$D(k_v) d^3k = \frac{2}{(2\pi)^3} 4\pi k_v^2 dk_v \quad (\text{Polarkoordinaten}). \quad (28)$$

Die Ladungsträgerkonzentration ergibt sich als Produkt von Zustandsdichte und Besetzungswahrscheinlichkeit:

$$n_v = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{1 + \exp(x_v - \eta_v)} [k(x_v)]^2 \cdot d[k(x_v)]; \quad (29)$$

$$x_v = \varepsilon_v / (k_0 T); \quad \eta_v = \zeta_v / (k_0 T).$$

Makroskopische Beweglichkeit

Laut Tab. 1 ist:

$$\sigma_{0v} = M_{13v}^0. \quad (30)$$

Die spezifisch elektrische Leitfähigkeit σ_0 ist definitionsgemäß:

$$\sigma_{0v} \equiv e n_v |\bar{\mu}_{qv}| = M_{13v}^0. \quad (31)$$

Dieses $|\bar{\mu}_{qv}|$ ist ein über die besetzten Zustände gemittelter $|\mu_q(x_v)|$. Es ist die dem Experiment zugängliche makroskopische Beweglichkeit ohne Magnetfeld, im folgenden oft nur mit μ bezeichnet.

Aus (26) zusammen mit (29) und (31) erhält man allgemein:

$$|\bar{\mu}_{qv}| = \frac{\hbar^2}{3\pi^2 k_0 T n_v} \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_{0v}}{\partial x_v} \right) |\mu_{qv}| \frac{[k(x_v)]^4}{\tilde{m}_v} d[k(x_v)]. \quad (32)$$

Damit wäre die Behandlung der Transportgrößen für den allgemeinen $\varepsilon(k)$ -Verlauf zu Ende geführt. Die speziell zu betrachtenden Bandformen unterscheiden sich dann nur in den M_{0ih} .

2. Isotrope parabolische Bänder

Für den wichtigen Fall parabolischer Bänder ist:

$$\varepsilon_v = \frac{\hbar^2 k_v^2}{2 m_v^*}, \quad (33)$$

$$m_v^* = \tilde{m}_v = \text{const.}$$

Daraus folgt nach (2):

$$v_\nu = \left(\frac{2 \varepsilon_\nu}{m_\nu^*} \right)^{1/2} \quad (34)$$

und gemäß (9):

$$\mu_{qv} = \frac{e_\nu l_{rv}}{m_\nu^* v_\nu} \quad (35)$$

$$\text{mit } l_{rv} = l_{r0v} \varepsilon_\nu^r; \quad r = \frac{q+3}{2}, \quad (36)$$

$$r_{\text{akust.}} = 0, \quad r_{\text{opt.}} = 1 \text{ für } T > \Theta, \quad r_{\text{Ion}} = 2.$$

Berücksichtigt man noch

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_{0\nu}}{\partial x_\nu} \right) x_\nu^\alpha dx_\nu &= \alpha \int_0^\infty f_{0\nu} x_\nu^{\alpha-1} dx_\nu \\ &= \alpha F_{\alpha-1}(\eta_\nu), \end{aligned} \quad (37)$$

so ergibt sich aus (26):

$$\begin{aligned} {}^r M_{ikv}^0 &= e n_\nu |\bar{\mu}_{rv}| i \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^{\frac{i+k-4}{2}} \left(\frac{3}{2} \right)^{i-1} \\ &\quad \frac{2 i r + k - 1}{2(r+1)^i} \frac{F_{\frac{2ir+k-3}{2}} \cdot (F_{\frac{1}{2}})^{i-1}}{F_r^i}. \end{aligned} \quad (38)$$

Hierbei ist die Ladungsträgerkonzentration nach (29):

$$n_\nu = 2 \left(\frac{2 \pi m_\nu^* k_0 T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}(\eta_\nu) \quad (39)$$

und die makroskopische Beweglichkeit nach (32):

$$|\bar{\mu}_{rv}| = e l_{r0v} (m_\nu^*)^{-1/2} (k_0 T)^{r-1/2} \frac{\sqrt{2}}{3} (r+1) \frac{F_r}{F_{3/2}}. \quad (40)$$

$F_\alpha(\eta)$ sind die wohlbekannten und z. B. bei MADE-LUNG¹ von $-4 < \eta < +20$ tabellierten FERMI-Integrale. Sie lassen sich in gewissen Bereichen approximieren.

Für $\eta < -4$ (Nichtentartung) ist:

$$F_\alpha(\eta) \approx \Gamma(\alpha+1) \exp \eta \quad (41)$$

mit $\Gamma(\alpha+1) = \alpha \Gamma(\alpha)$ (Gamma-Funktion),
und für $\eta > +20$ (starke Entartung) läßt sich schreiben:

$$F_\alpha(\eta) \approx \eta^{\alpha+1} / (\alpha+1). \quad (42)$$

In den Tab. 4 a und 4 b sind die verschiedenen ${}^r M_{ikv}^0$ zusammengestellt. Außerdem sind auch mit Hilfe der Näherungen (41) und (42) die Spezialfälle für Nichtentartung sowie starke Entartung aufgeführt.

Wie man den Tab. 4 a und 4 b entnimmt, ist bei starker Entartung der Streumechanismus ohne Bedeutung. In den Tafeln 1 a bis 1 c sind die ${}^r M_{ik}^0$ als Funktion des reduzierten FERMI-Niveaus aufgetragen.

3. InSb-Leitungsband

Zyklotronresonanzexperimente¹² zeigten, daß die effektive Masse der Elektronen isotrop ist [und damit auch $\varepsilon_n(k)$] und am unteren Leitungsbandrand 0,013 m_0 beträgt. Absorptionsmessungen freier Ladungsträger^{13, 14} und Messungen des FARADAY-Effektes¹⁵ ergaben eine starke Nichtparabolizität des Leitungsbandes (Konzentrationsabhängigkeit der effektiven Masse).

KANE¹⁶ erhielt aus theoretischen Ansätzen für das Leitungsband von InSb:

$$\varepsilon_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_0} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\varepsilon_g^{*2} + 2 \hbar^2 k^2 \varepsilon_g^* \frac{m_0 - m_n}{m_0 m_n} \right)^{1/2} - \varepsilon_g^* \right\} \quad (43)$$

mit m_n = effektive Elektronenmasse am unteren Bandrand, m_0 = freie Elektronenmasse,

$$m_n(T) = m_n(0) \frac{\varepsilon_g^*(T)}{\varepsilon_g^*(0)}, \quad m_n(0) = 0,013 m_0, \quad (44)$$

$$\varepsilon_g^*(T) = \varepsilon_g^*(0) + \frac{\partial \varepsilon_g^*}{\partial T} \cdot T = (0,24 - 10^{-4} T) \text{ eV.}$$

$\varepsilon_g^*(T)$, die sogenannte „effective mass“-Energie-lücke, beschreibt den Temperatureinfluß auf die Bandkrümmung. Sie ist zu unterscheiden von der verbotenen Zone $\Delta E(T)$. Nur am absoluten Nullpunkt sind beide identisch. Die Temperaturabhängigkeit $\partial \varepsilon_g^* / \partial T$ ist durch die Gitterdilatation gegeben (vgl. ²).

Auflösung von (43) nach k ergibt:

$$k = \frac{m_0}{\hbar} \sqrt{\varepsilon_g^* / m_n} \left\{ 1 + 2 \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} \gamma - \left[1 + 4 \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} (\gamma - \gamma^2) \right]^{1/2} \right\} \quad (45)$$

mit $\gamma = m_n / m_0$.

Da γ maximal 0,013 (bei 0 °K) und ε_g^* minimal 0,16 eV (bei 800 °K) ist, wird die Ungleichung

$$\varepsilon_n \ll \frac{\varepsilon_g^*}{4(\gamma - \gamma^2)} \approx 3 \text{ eV} \quad (46)$$

¹² G. DRESSELHAUS, A. F. KIP, C. KITTEL u. G. WAGONER, Phys. Rev. **98**, 556 [1955].

¹³ W. G. SPITZER u. H. Y. FAN, Phys. Rev. **106**, 882 [1957].

¹⁴ F. R. KESSLER u. E. SUTTER, Z. Naturforsch. **16a**, 1173 [1961].

¹⁵ S. D. SMITH, T. S. MOSS u. K. W. TAYLOR, J. Phys. Chem. Solids **11**, 131 [1959].

¹⁶ E. O. KANE, J. Phys. Chem. Solids **1**, 249 [1957].

	Fermi-Statistik			Nichtentartung			StarkeEntartung
	$r=0$	$r=1$	$r=2$	$r=0$	$r=1$	$r=2$	$r=0,1,2$
$rM_{13}^0 / en\mu$	1	1	1	1	1	1	1
$rM_{15}^0 / en\mu (k_0T/e)$	2 $\frac{F_1}{F_0}$	3 $\frac{F_2}{F_1}$	4 $\frac{F_3}{F_2}$	2	3	4	η
$rM_{17}^0 / en\mu (k_0T/e)^2$	3 $\frac{F_2}{F_0}$	2 $\frac{F_3}{F_1}$	5 $\frac{F_4}{F_2}$	6	12	20	η^2
$rM_{22}^0 / en\mu^2$	3 $\frac{F_{1/2} F_{1/2}}{F_0^2}$	15 $\frac{F_{3/2} F_{1/2}}{F_1^2}$	3 $\frac{F_{7/2} F_{1/2}}{F_2^2}$	3 π	45 π	315 π	1
$rM_{24}^0 / en\mu^2 (k_0T/e)$	9 $\frac{F_{1/2}^2}{F_0^2}$	21 $\frac{F_{5/2} F_{1/2}}{F_1^2}$	11 $\frac{F_{9/2} F_{1/2}}{F_2^2}$	9 π	315 π	3465 π	η
$rM_{26}^0 / en\mu^2 (k_0T/e)^2$	15 $\frac{F_{1/2} F_{1/2}}{F_0^2}$	27 $\frac{F_{7/2} F_{1/2}}{F_1^2}$	13 $\frac{F_{11/2} F_{1/2}}{F_2^2}$	45 π	2835 π	45045 π	η^2
$rM_{31}^0 / en\mu^3$	9 $\frac{F_{1/2}^2}{4(1+e^{-\eta})F_0^3}$	27 $\frac{F_2 F_{1/2}^2}{32 F_1^3}$	1 $\frac{F_5 F_{1/2}^2}{2 F_2^3}$	9 π	27 π	15 π	1
$rM_{33}^0 / en\mu^3 (k_0T/e)$	9 $\frac{F_{1/2}^2}{4 F_0^3}$	9 $\frac{F_3 F_{1/2}^2}{8 F_1^3}$	7 $\frac{F_6 F_{1/2}^2}{12 F_2^3}$	9 π	27 π	105 π	η
$rM_{35}^0 / en\mu^3 (k_0T/e)^2$	9 $\frac{F_1 F_{1/2}^2}{2 F_0^3}$	45 $\frac{F_4 F_{1/2}^2}{32 F_1^3}$	2 $\frac{F_7 F_{1/2}^2}{3 F_2^3}$	9 π	135 π	105 π	η^2

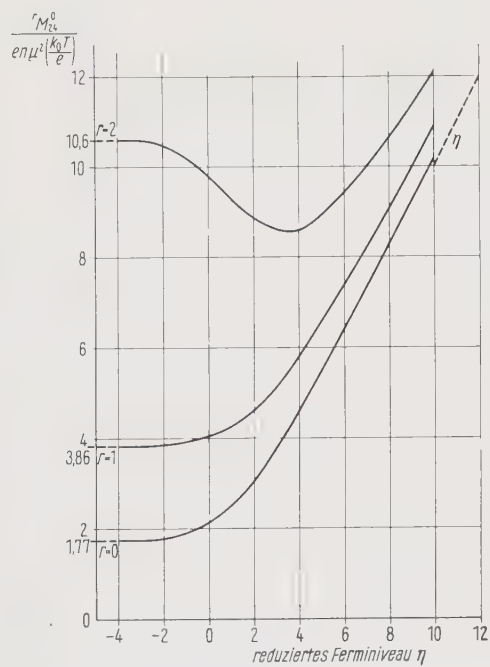
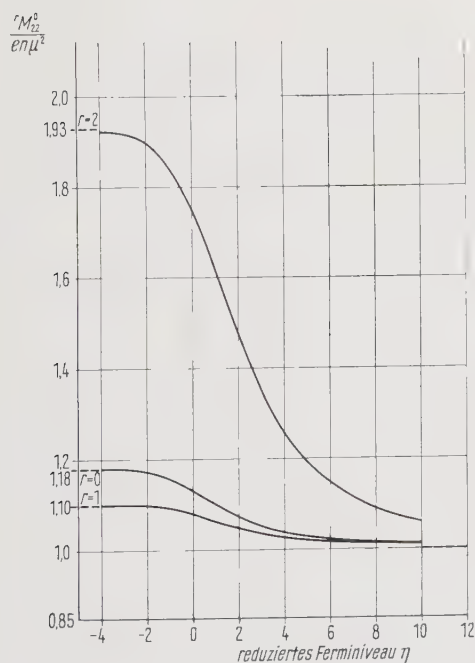
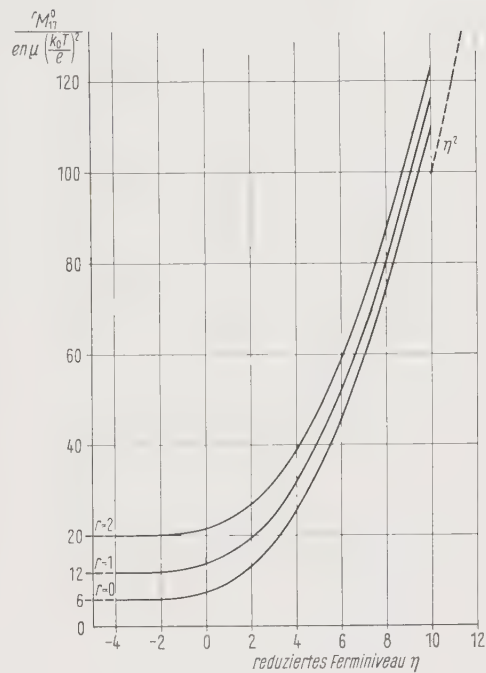
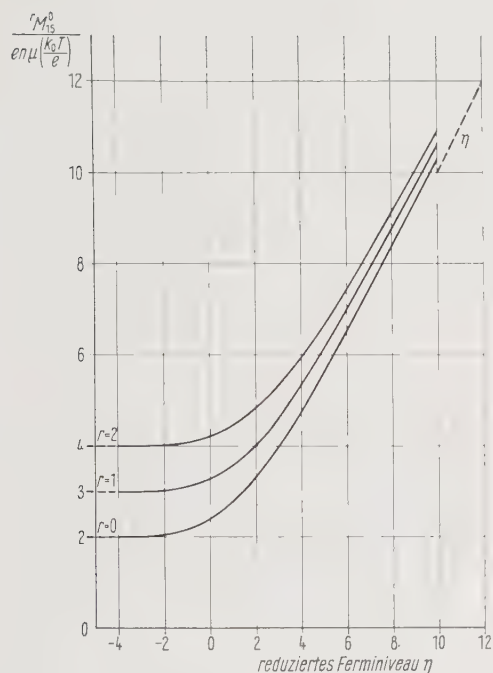
$l = l_{r0} e^{\epsilon}$; $r_{\text{aust}} = 0$, $r_{\text{opt.}} = 1 (T > \Theta)$, $r_{\text{on}} = 2$; $F_\alpha = \int_0^\infty \frac{x^\alpha}{1+e^{x-\eta}} dx$ (Fermi-Integrale), $\eta = \frac{\zeta - E_F}{k_0 T}$ bzw. $\frac{E_V - \zeta}{k_0 T}$ (reduz. Fermi-Niveau)

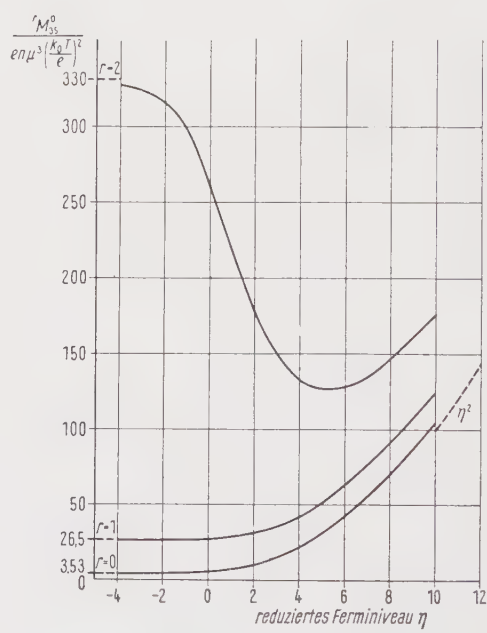
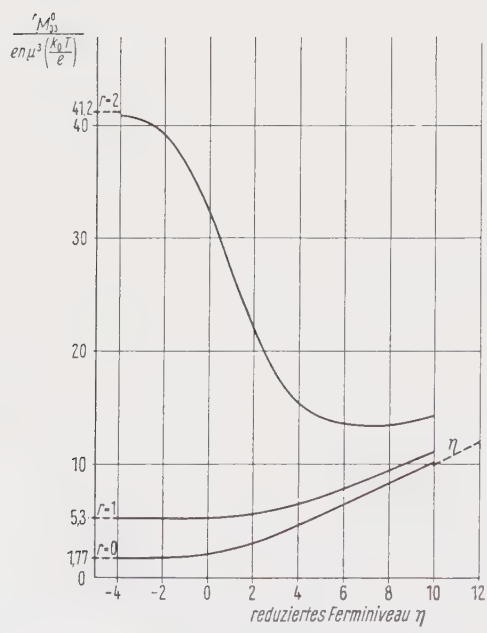
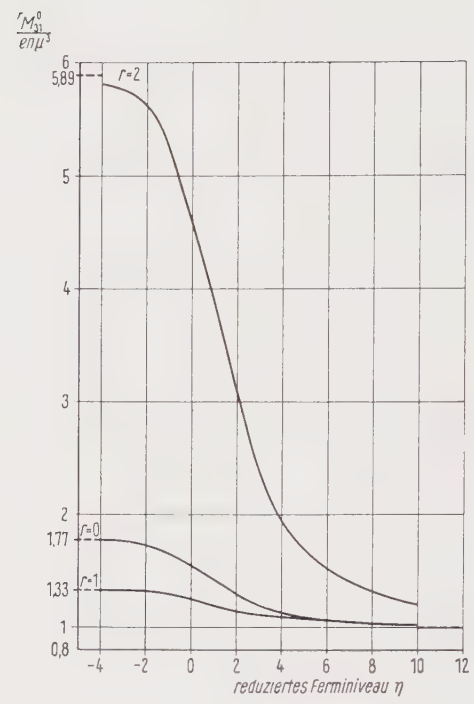
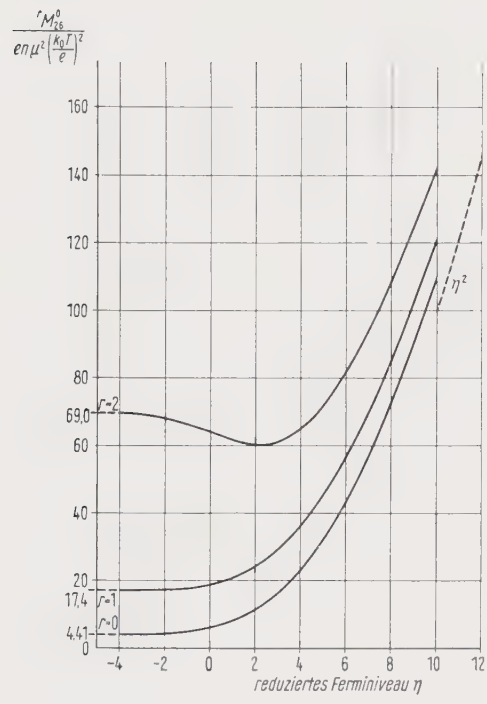
e = Elementarladung, n = Ladungsträger-Konzentration, μ = Beweglichkeit, k_0 = Boltzmann-Konst., T = abs. Temperatur

Tab. 4 a. Werte der rM_{ik}^0 (isotrope parabolische Bänder).

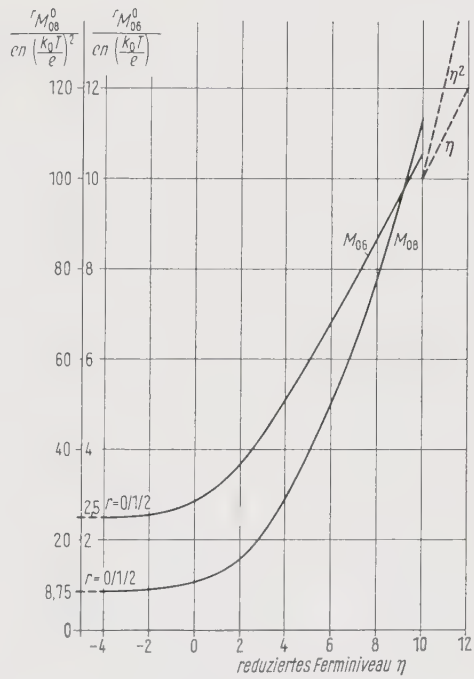
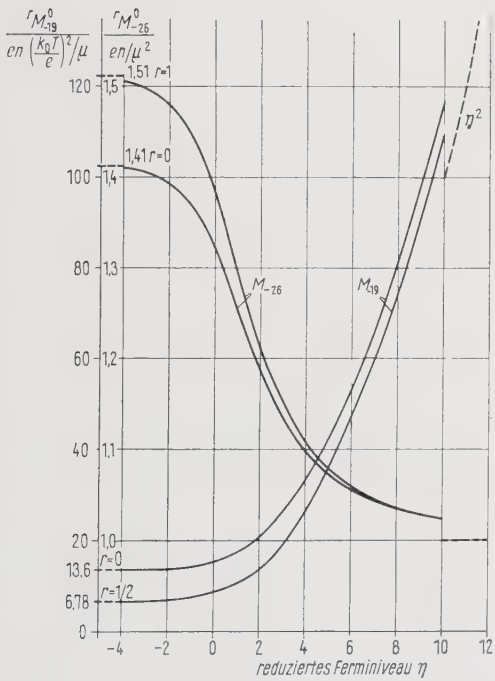
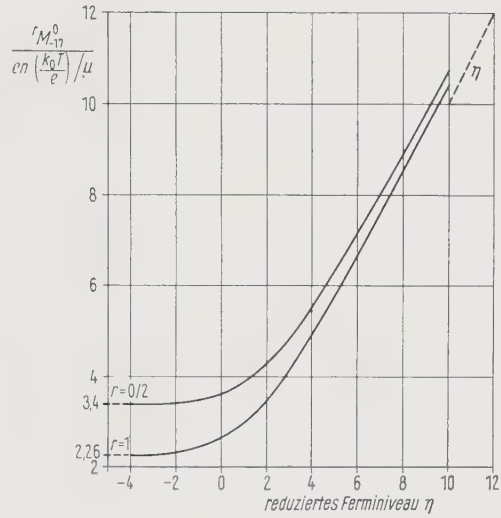
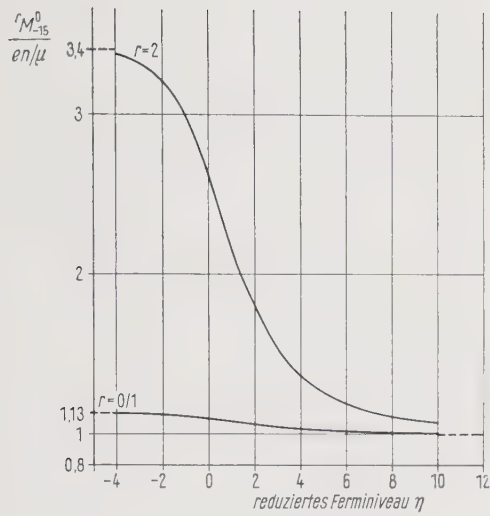
	Fermi-Statistik			Nichtentartung			StarkeEntartung
	$r=0$	$r=1$	$r=2$	$r=0$	$r=1$	$r=2$	$r=0,1,2$
$rM_{15}^0 / \frac{en}{\mu}$	8 $\frac{F_0 F_1}{9 F_{1/2}^2}$	8 $\frac{F_0 F_1}{9 F_{1/2}^2}$	4 $\frac{F_2}{3(1+e^{-\eta}) F_{1/2}^2}$	32 π	32 π	32 π	1
$rM_{17}^0 / \frac{en(k_0T/e)}{\mu}$	4 $\frac{F_0 F_2}{3 F_{1/2}^2}$	16 $\frac{F_1^2}{9 F_{1/2}^2}$	4 $\frac{F_0 F_2}{3 F_{1/2}^2}$	32 π	64 π	32 π	η
$rM_{19}^0 / \frac{en(k_0T/e)^2}{\mu}$	16 $\frac{F_0 F_3}{9 F_{1/2}^2}$	8 $\frac{F_1 F_2}{3 F_{1/2}^2}$	8 $\frac{F_1 F_2}{3 F_{1/2}^2}$	128 π	64 π	64 π	η^2
rM_{04}^0 / en	1	1	1	1	1	1	1
$rM_{06}^0 / en(k_0T/e)$	5 $\frac{F_{3/2}}{3 F_{1/2}}$	5 $\frac{F_{3/2}}{3 F_{1/2}}$	5 $\frac{F_{3/2}}{3 F_{1/2}}$	5 π	5 π	5 π	η
$rM_{08}^0 / en(k_0T/e)^2$	7 $\frac{F_{5/2}}{3 F_{1/2}}$	7 $\frac{F_{5/2}}{3 F_{1/2}}$	7 $\frac{F_{5/2}}{3 F_{1/2}}$	35 π	35 π	35 π	η^2
$rM_{26}^0 / \frac{en}{\mu^2}$	20 $\frac{F_0^2 F_{1/2}}{27 (F_{1/2})^3}$	16 $\frac{F_1^2 F_{1/2}}{27 (F_{1/2})^3}$	—	40 π	128 π	—	1

Tab. 4 b. Werte der rM_{ik}^0 (isotrope parabolische Bänder).

Tafel 1 a. Streufaktoren der rM_{ik}^0 (isotrope parabolische Bänder).



Tafel 1 b. Streufaktoren der rM_{35}^0 (isotrope parabolische Bänder).

Tafel 1 c. Streufaktoren der rM_{ik}^0 (isotrope parabolische Bänder).

selbst im ungünstigen Fall hoher Dotierung und hoher Temperatur hinreichend gut erfüllt, um eine Reihenentwicklung der eckigen Klammer in erster Näherung zu rechtfertigen:

$$\left[1 + 4 \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} (\gamma - \gamma^2)\right]^{1/2} \approx 1 + 2 \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} \gamma - 2 \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*} \gamma^2 - 2 \left(\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*}\right)^2 (\gamma^2 - \dots). \quad (47)$$

Damit wird

$$k = \frac{\sqrt{2 m_n \varepsilon_n}}{\hbar} \left(1 + \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*}\right)^{1/2} \quad (48)$$

und

$$\varepsilon_n \left(1 + \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*}\right) = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_n}. \quad (49)$$

Die gute Übereinstimmung dieses theoretisch abgeleiteten Bandverlaufs mit dem experimentell bestimmten¹³⁻¹⁵ zeigt Abb. 1.

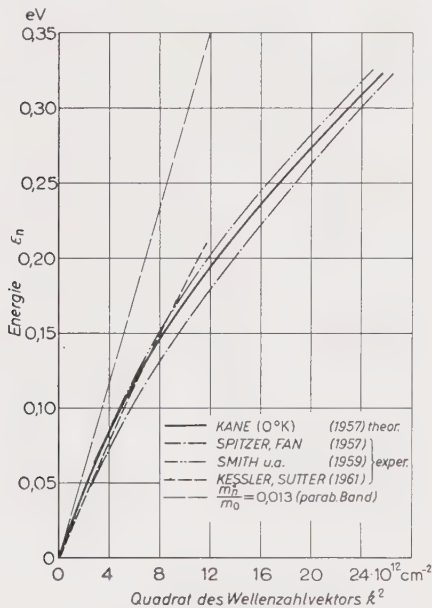


Abb. 1. Experimenteller und theoretischer $\varepsilon_n(k)$ -Verlauf des InSb-Leitungsbandes.

Weiter ist nach (1):

$$\tilde{m}_n = m_n (1 + 2 \varepsilon_n / \varepsilon_g^*) \quad (50)$$

und nach (9):

$$\mu_{qn} = \mu_{q0n} \left[\frac{2 m_n \varepsilon_n}{\hbar^2} \left(1 + \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_g^*}\right) \right]^{q/2} \cdot \frac{2 \varepsilon_n (1 + \varepsilon_n / \varepsilon_g^*) \hbar^2}{m_n (1 + 2 \varepsilon_n / \varepsilon_g^*)^2}. \quad (51)$$

Zusammen mit

$${}^u L_w^v(\eta, \beta) = \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_0}{\partial x}\right) x^u (x + \beta x^2)^v (1 + 2\beta x)^w dx, \quad \beta = k_0 T / \varepsilon_g^* \quad (52)$$

	$q = -3$	$q = -1$	$q = +1$
$q M_{13n}^0 / e n \mu$	1	1	1
$q M_{15n}^0 / e n \mu \left(\frac{k_0 T}{e}\right)$	$\frac{1 L_{-2}^1}{0 L_{-2}^1}$	$\frac{1 L_{-2}^2}{0 L_{-2}^2}$	$\frac{1 L_{-2}^3}{0 L_{-2}^3}$
$q M_{17n}^0 / e n \mu \left(\frac{k_0 T}{e}\right)^2$	$\frac{2 L_{-2}^1}{0 L_{-2}^1}$	$\frac{2 L_{-2}^2}{0 L_{-2}^2}$	$\frac{2 L_{-2}^3}{0 L_{-2}^3}$
$q M_{22n}^0 / e n \mu^2$	$\frac{0^{1/2} 0^{3/2} L_0}{(0 L_{-2}^1)^2}$	$\frac{0^{5/2} 0^{3/2} L_0}{(0 L_{-2}^2)^2}$	$\frac{0^{9/2} 0^{3/2} L_0}{(0 L_{-2}^3)^2}$
$q M_{24n}^0 / e n \mu^2 \left(\frac{k_0 T}{e}\right)$	$\frac{1^{1/2} 0^{3/2} L_0}{(0 L_{-2}^1)^2}$	$\frac{1^{5/2} 0^{3/2} L_0}{(0 L_{-2}^2)^2}$	$\frac{1^{9/2} 0^{3/2} L_0}{(0 L_{-2}^3)^2}$
$q M_{26n}^0 / e n \mu^2 \left(\frac{k_0 T}{e}\right)^2$	$\frac{2^{1/2} 0^{3/2} L_0}{(0 L_{-2}^1)^2}$	$\frac{2^{5/2} 0^{3/2} L_0}{(0 L_{-2}^2)^2}$	$\frac{2^{9/2} 0^{3/2} L_0}{(0 L_{-2}^3)^2}$
$q M_{31n}^0 / e n \mu^3$	$\frac{0 L_{-6}^0 (0 L_0^{3/2})^2}{(0 L_{-2}^1)^3}$	$\frac{0 L_{-6}^1 (0 L_0^{3/2})^2}{(0 L_{-2}^2)^3}$	$\frac{0 L_{-6}^2 (0 L_0^{3/2})^2}{(0 L_{-2}^3)^3}$
$q M_{33n}^0 / e n \mu^3 \left(\frac{k_0 T}{e}\right)$	$\frac{1 L_{-6}^0 (0 L_0^{3/2})^2}{(0 L_{-2}^1)^3}$	$\frac{1 L_{-6}^1 (0 L_0^{3/2})^2}{(0 L_{-2}^2)^3}$	$\frac{1 L_{-6}^2 (0 L_0^{3/2})^2}{(0 L_{-2}^3)^3}$
$q M_{35n}^0 / e n \mu^3 \left(\frac{k_0 T}{e}\right)^2$	$\frac{2 L_{-6}^0 (0 L_0^{3/2})^2}{(0 L_{-2}^1)^3}$	$\frac{2 L_{-6}^1 (0 L_0^{3/2})^2}{(0 L_{-2}^2)^3}$	$\frac{2 L_{-6}^2 (0 L_0^{3/2})^2}{(0 L_{-2}^3)^3}$

$$y_{Lw}^v = \int_0^\infty \frac{e^{x-\eta}}{(1+e^{x-\eta})^2} \cdot x^u (x + \beta x^2)^v \cdot (1 + 2\beta x)^w dx;$$

$$q_{akust.} = -3, q_{opt.} = -1 (T > \theta), q_{Jon} = +1$$

Tab. 5 a. Werte der $q M_{ikn}^0$ ((InSb-L.B.) (Fermi-Statistik).

	$q = -3$	$q = -1$	$q = 1$
$q M_{15n}^0 / \frac{e n}{\mu}$	$\frac{0 L_2^2 0 L_2^1}{(0 L_0^{3/2})^2}$	$\frac{0 L_2^1 0 L_2^2}{(0 L_0^{3/2})^2}$	$\frac{0 L_2^0 0 L_2^3}{(0 L_0^{3/2})^2}$
$q M_{17n}^0 / \frac{e n \left(\frac{k_0 T}{e}\right)}{\mu}$	$\frac{1 L_2^2 0 L_2^1}{(0 L_0^{3/2})^2}$	$\frac{1 L_2^1 0 L_2^2}{(0 L_0^{3/2})^2}$	$\frac{1 L_2^0 0 L_2^3}{(0 L_0^{3/2})^2}$
$q M_{19n}^0 / \frac{e n \left(\frac{k_0 T}{e}\right)^2}{\mu}$	$\frac{2 L_2^2 0 L_2^1}{(0 L_0^{3/2})^2}$	$\frac{2 L_2^1 0 L_2^2}{(0 L_0^{3/2})^2}$	$\frac{2 L_2^0 0 L_2^3}{(0 L_0^{3/2})^2}$
$q M_{04n}^0 / e n$	1	1	1
$q M_{06n}^0 / e n \left(\frac{k_0 T}{e}\right)$	$\frac{1 L_0^{3/2}}{0 L_0^{3/2}}$	$\frac{1 L_0^{3/2}}{0 L_0^{3/2}}$	$\frac{1 L_0^{3/2}}{0 L_0^{3/2}}$
$q M_{08n}^0 / e n \left(\frac{k_0 T}{e}\right)^2$	$\frac{2 L_0^{3/2}}{0 L_0^{3/2}}$	$\frac{2 L_0^{3/2}}{0 L_0^{3/2}}$	$\frac{2 L_0^{3/2}}{0 L_0^{3/2}}$
$q M_{26n}^0 / \frac{e n}{\mu^2}$	$\frac{0^{5/2} 0^{1/2} L_2^2}{(0 L_0^{3/2})^3}$	$\frac{0^{7/2} 0^{1/2} L_2^2}{(0 L_0^{3/2})^3}$	—

Tab. 5 b. Werte der $q M_{ikn}^0$ ((InSb-L.B.) (Fermi-Statistik).

β η	0	0,1	0,2	0,3	0,4
${}^0L_{-2}$	-5 6,71-3 -2 1,27-1 +1 1,31 +4 4,02 +7 7,00 +10 1,00+1	4,37-3 8,16-2 7,41-1 1,63 2,03 2,11	3,33-3 6,17-2 5,23-1 1,01 1,15 1,20	2,71-3 5,01-2 4,06-1 7,23-1 7,96-1 8,15-1	2,30-3 4,23-2 3,32-1 5,63-1 6,07-1 6,16-1
${}^0L_{-4}$	-5 5,94-3 -2 1,10-1 +1 9,10-1 +4 1,94 +7 2,62 +10 3,15	2,79-3 4,98-2 2,91-1 2,39-1 1,17-1 6,02-2	1,77-3 3,12-2 1,51-1 7,79-2 2,52-2 1,02-2	1,27-3 2,21-2 9,44-2 3,61-2 9,06-3 3,17-3	9,77-4 1,68-2 6,55-2 2,03-2 4,21-3 1,33-3
${}^0L_{-6}$	-5 6,69-3 -2 1,19-1 +1 7,30-1 +4 9,79-1 +7 9,99-1 +10 1,00	3,18-3 5,43-2 2,04-1 6,09-2 1,01-2 9,10-3	2,12-3 3,56-2 1,09-1 1,88-2 1,59-3 1,63-4	1,60-3 2,66-2 7,26-2 9,81-3 6,26-4 4,32-5	1,29-3 2,12-2 5,39-2 6,41-3 3,67-4 2,11-5
${}^0L_{-2}^2$	-5 1,34-2 -2 2,61-1 +1 3,60 +4 1,93+1 +7 5,23+1 +10 1,03+2	9,21-3 1,78-1 2,33 1,08+1 2,55+1 4,53+1	7,58-3 1,47-1 1,89 8,58 2,04+1 3,68+1	6,69-3 1,29-1 1,65 7,56 1,82+1 3,35+1	6,11-3 1,18-1 1,51 6,97 1,71+1 3,17+1
${}^0L_{-4}^2$	-5 2,24-2 -2 4,39-1 +1 6,65 +4 4,41+1 +7 1,46+2 +10 3,36+2	6,83-3 1,32-1 1,72 7,30 1,47+1 2,20+1	3,58-3 6,89-2 8,35-1 3,04 5,52 7,87	2,27-3 4,35-2 5,05-1 1,71 2,99 4,21	1,59-3 3,04-2 3,43-1 1,11 1,92 2,69
${}^0L_{-6}^2$	-5 4,04-2 -2 7,99-1 +1 1,30+1 +4 1,04+2 +7 4,12+2 +10 1,10+3	5,09-3 9,88-2 1,28 5,00 8,56 4,08+1	1,73-3 3,32-2 3,81-1 1,12 1,53 1,71	8,10-4 1,54-2 1,63-1 4,07-1 5,07-1 5,41-1	4,49-4 8,50-3 8,47-2 1,90-1 2,24-1 2,34-1
${}^0L_{-2}^3$	-5 4,04-2 -2 7,99-1 +1 1,30+1 +4 1,04+2 +7 4,12+2 +10 1,10+3	3,48-2 6,88-1 8,84+1 5,00 8,56 4,08+1	3,56-2 7,04-1 1,15+1 2,34+3 1,51+3 1,86+2	3,79-2 7,51-1 1,24+1 2,18+3 1,51+3 1,86+2	4,09-2 8,11-1 1,36+1 1,21+2 1,79+3 2,23-2
${}^0L_{-4}^3$	-5 3,53-1 -2 7,04 +1 1,30+2 +4 1,56+3 +7 1,00+4 +10 4,01+4	1,39-1 2,78 4,98+1 5,37+2 3,00+3 1,08+4	1,02-1 2,04 3,66+1 4,01+2 2,34+3 8,88+3	5,02 1,77 3,19+1 3,58+2 2,18+3 8,57+3	8,23-2 1,64 2,98+1 3,42+2 2,14+3 8,66+3
${}^0L_{-6}^3$	-5 4,85 -2 9,72+1 +1 1,89+3 +4 2,90+4 +7 2,71+5 +10 1,56+6	7,10-1 1,42+1 2,69+2 3,57+3 2,61+4 1,19+5	3,61-1 7,22 1,36+2 1,82+3 1,37+4 6,52+4	2,51-1 5,02 9,50+1 1,29+3 1,01+4 4,98+4	2,00-1 4,00 7,59+1 1,05+3 8,40+3 4,27+4
${}^1L_{-2}^1$	-5 1,34-2 -2 2,61-1 +1 3,60 +4 1,93+1 +7 5,23+1 +10 1,03+2	7,60-3 1,42-1 1,77 7,19 1,45+1 2,22+1	5,12-3 9,85-2 1,17 4,33 8,14 1,20+1	3,95-3 7,57-2 8,78-1 3,07 5,61 8,16	3,21-3 6,15-2 6,99-1 2,37 4,27 6,17
${}^1L_{-4}^1$	-5 8,93-3 -2 1,72-1 +1 2,09 +4 8,66 +7 1,90+1 +10 3,20+1	2,67-3 4,99-2 4,49-1 8,13-1 7,24-1 5,60-1	1,33-3 2,44-2 1,85-1 2,26-1 1,45-1 9,18-2	7,96-4 1,45-2 9,75-2 9,18-2 4,90-2 2,81-2	5,31-4 9,57-3 5,87-2 4,59-2 2,16-2 1,16-2
${}^1L_{-6}^0$	-5 6,71-3 -2 1,27-1 +1 1,31 +4 4,02 +7 7,00 +10 1,00+1	1,59-3 2,87-2 1,78-1 1,32-1 4,68-2 1,67-2	7,36-4 1,30-2 6,19-2 2,38-2 4,33-3 9,49-4	4,28-4 7,42-3 3,00-2 7,82-3 9,48-4 1,50-4	2,81-4 4,82-3 1,74-2 3,51-3 3,27-4 3,97-5
${}^1L_{-2}^2$	-5 4,04-2 -2 7,99-1 +1 1,30+1 +4 1,04+2 +7 4,12+2 +10 1,10+3	2,54-2 5,00-1 7,85 5,61 1,97+2 3,89+2	2,05-2 4,04-1 6,29 4,46+1 1,58+2 3,54+2	1,80-2 3,55-1 5,52 3,94+1 1,42+2 3,54+2	1,65-2 3,25-1 5,07 3,64+1 1,33+2 3,35+2
${}^1L_{-4}^2$	-5 7,83-2 -2 1,56 +1 2,67+1 +4 2,50+2 +7 1,18+3 +10 3,62+3	1,84-2 3,63-1 5,61 1,48+1 4,13+1 2,28+2	8,74-3 1,72-1 2,54 8,23 2,23+1 8,12+1	5,24-3 1,03-1 1,48 5,34 1,43+1 4,34+1	3,54-3 6,93-2 9,84-1 5,34 1,43+1 2,78+1
${}^1L_{-6}^2$	-5 1,62-1 -2 3,22 +1 5,76+1 +4 6,17+2 +7 3,41+3 +10 1,20+4	1,35-2 2,66-1 4,05 2,43+1 6,31+1 1,10+2	3,88-3 7,59-2 1,06 5,12 3,61 1,73+1	1,64-3 1,64-2 2,10-1 8,31-1 1,59 5,44	8,44-4 1,64-2 2,10-1 8,31-1 1,59 2,35
${}^1L_{-2}^3$	-5 1,62-1 -2 3,22 +1 5,76+1 +4 6,17+2 +7 3,41+3 +10 1,20+4	1,39-1 2,76 4,92+1 5,28+2 2,98+3 1,09+4	1,46-1 2,91 5,24+1 5,84+2 3,51+3 1,36+4	1,60-1 3,19 5,79+1 6,65+2 4,16+3 1,67+4	1,77-1 3,52 6,42+1 7,55+2 4,85+3 2,00+4
${}^1L_{-4}^3$	-5 1,94 -2 3,88+1 +1 7,45+2 +4 1,07+4 +7 8,91+4 +10 4,58+5	7,02-1 1,40+1 2,65+2 3,53+3 2,61+4 1,21+5	5,21-1 1,04+1 1,97+2 2,67+3 2,06+4 1,01+5	4,61-1 9,22 1,75+2 2,41+3 1,93+4 9,77+4	4,36-1 8,73 1,66+2 2,33+3 1,91+4 9,90+4
${}^1L_{-6}^3$	-5 3,39+1 -2 6,81+2 +1 1,34+4 +4 2,29+5 +7 2,60+6 +10 1,85+7	4,28 8,57+1 1,67+3 2,56+4 2,39+5 1,38+6	2,18 4,38+1 8,51+2 1,32+4 1,26+5 7,62+5	1,55 3,10+1 6,03+2 9,47+3 9,33+4 5,84+5	1,25 2,51+1 4,90+2 7,77+3 7,80+4 5,04+5
${}^2L_{-2}^1$	-5 4,04-2 -2 7,99-1 +1 1,30+1 +4 1,04+2 +7 4,12+2 +10 1,10+3	1,88-2 3,70-1 5,63 3,60+1 2,10+2 2,31+2	1,23-2 2,42-1 3,57 2,13+1 6,12-1 1,24+2	9,13-3 1,79-1 2,60 1,50+1 4,21+1 8,44+1	7,24-3 1,42-1 2,04 1,15+1 3,20+1 6,38+1
${}^2L_{-4}^1$	-5 2,24-2 -2 4,39-1 +1 6,65 +4 4,41+1 +7 1,46+2 +10 3,36+2	4,40-3 8,48-2 1,02 3,35 4,90 5,44	1,77-3 3,37-2 3,54-1 8,44-1 9,41-1 8,74-1	9,20-4 1,74-2 1,66-1 3,22-1 3,10-1 2,65-1	5,48-4 1,03-2 9,10-2 1,53-1 1,34-1 1,09-1
${}^2L_{-6}^0$	-5 1,34-2 -2 2,61-1 +1 3,60 +4 1,93+1 +7 5,23+1 +10 1,03+2	1,65-3 3,10-2 2,77-1 4,21-1 2,70-1 1,48-1	5,50-4 1,01-2 7,00-2 5,73-2 2,07-2 7,69-3	2,53-4 4,56-3 2,67-2 1,46-2 3,70-3 1,10-3	1,39-4 2,46-3 1,27-2 5,19-3 1,02-3 2,58-4
${}^2L_{-2}^2$	-5 1,62-1 -2 3,22 +1 5,76+1 +4 6,17+2 +7 3,41+3 +10 1,20+4	9,43-2 1,88 3,28+1 3,23+2 1,61+3 5,17+3	7,55-2 1,50 2,62+1 2,28+2 1,29+3 4,22+3	6,64-2 1,32 2,30+1 2,28+2 1,16+3 3,85+3	6,11-2 1,22 2,12+1 2,12+2 1,09+3 3,65+3

Tab. 6, Fortsetzung auf der nächsten Seite.

$\eta \backslash \beta$		β				
		0	0,1	0,2	0,3	0,4
$2L_{-4}^{1/2}$	- 5	3,53 -1	6,56 -2	2,89 -2	1,67 -2	1,10 -2
	- 2	7,04	1,30	5,73 -1	3,30 -1	2,18 -1
	+ 1	1,30 +2	2,24 +1	9,60	5,46	3,58
	+ 4	1,56 +3	2,04 +2	8,06 +1	4,44 +1	2,86 +1
	+ 7	1,00 +4	8,82 +2	3,25 +2	1,75 +2	1,12 +2
	+10	4,01 +4	2,43 +3	8,63 +2	4,61 +2	2,95 +2
	- 5	8,08 -1	4,62 -2	1,16 -2	4,54 -3	2,22 -3
	- 2	1,62 +1	9,17 -1	2,30 -1	8,95 -2	4,37 -2
	+ 1	3,05 +2	1,56 +1	3,69	1,39	6,64 -1
	+ 4	4,04 +3	1,31 -2	2,62 +1	9,08	4,12
$2L_{-6}^{3/2}$	- 5	8,08 -1	6,94 -1	7,54 -1	8,47 -1	9,52 -1
	- 2	1,62 +1	1,39 +1	1,51 +1	1,70 +1	1,91 +1
	+ 1	3,05 +2	2,62 +2	2,86 +2	3,23 +2	3,64 +2
	+ 4	4,04 +3	3,48 +3	3,92 +3	4,52 +3	5,18 +3
	+ 7	2,97 +4	2,61 +4	3,10 +4	3,70 +4	4,34 +4
	+10	1,35 +5	1,24 +5	1,55 +5	1,91 +5	2,29 +5
	- 5	1,26 +1	4,23	3,20	2,88	2,77
	- 2	2,53 +2	8,49 +1	6,42 +1	5,78 +1	5,56 +1
	+ 1	4,95 +3	1,65 +3	1,25 +3	1,13 +3	1,09 +3
	+ 4	8,05 +4	2,54 +4	1,95 +4	1,79 +4	1,74 +4
$2L_{-2}^{5/2}$	- 5	8,30 +5	2,39 +5	1,91 +5	1,80 +5	1,78 +5
	+10	5,39 +6	1,41 +6	1,18 +6	1,15 +6	1,17 +6
	- 5	2,71 +2	3,00 +1	1,55 +1	1,11 +1	9,16
	- 2	5,44 +3	6,01 +2	3,10 +2	2,24 +2	1,84 +2
	+ 1	1,08 +5	1,19 +4	6,12 +3	4,42 +3	3,64 +3
	+ 4	1,97 +6	2,02 +5	1,04 +5	7,64 +4	6,33 +4
	+ 7	2,62 +7	2,29 +6	1,22 +6	9,10 +5	7,69 +5
	+10	2,28 +8	1,64 +7	9,14 +6	7,03 +6	6,07 +6
	- 5	8,93 -3	1,26 -2	1,67 -2	2,13 -2	2,62 -2
	- 2	1,72 -1	2,43 -1	3,25 -1	4,14 -1	5,12 -1
$0L_0^{3/2}$	+ 1	2,09	3,19	4,44	5,85	7,38
	+ 4	8,66	1,61 +1	2,51 +1	3,53 +1	4,67 +1
	+ 7	1,90 +1	4,48 +1	7,72 -1	1,15 +2	1,58 +2
	+10	3,20 +1	9,41 +1	1,75 +2	2,72 +2	3,82 +2
	- 5	2,24 -2	3,53 -2	5,05 -2	6,75 -2	9,13 -2
	- 2	4,39 -1	6,97 -1	9,98 -1	1,34	1,71
	+ 1	6,65	1,11 +1	1,63 +1	2,23 +1	2,88 +1
	+ 4	4,41 +1	8,68 +1	1,39 +2	1,98 +2	2,65 +2
	+ 7	1,46 +2	3,56 +2	6,22 +2	9,33 +2	1,28 +3
	+10	3,36 +2	1,01 +3	1,89 +3	2,95 +3	4,14 +3
$2L_0^{5/2}$	- 5	7,83 -2	1,38 -1	2,09 -1	2,90 -1	3,79 -1
	- 2	1,56	2,75	4,17	5,78	7,57
	+ 1	2,67 +1	4,87 +1	7,51 +1	1,05 +2	1,39 +2
	+ 4	2,50 +2	5,20 +2	8,52 +2	1,24 +3	1,67 +3
	+ 7	1,18 +3	2,97 +3	5,26 +3	7,94 +3	1,10 +4
	+10	3,62 +3	1,11 +4	2,10 +4	3,28 +4	4,62 +4
	- 5	6,69 -3	9,90 -3	1,42 -2	1,96 -2	2,60 -2
	- 2	1,19 -1	1,80 -1	2,62 -1	3,65 -1	4,89 -1
	+ 1	7,30 -1	1,40	2,35	3,60	5,13
	+ 4	9,79 -1	3,36	7,28	1,27 +1	1,97 +1
$0L_2^0$	+ 7	9,99 -1	5,89	1,50 +1	2,82 +1	4,57 +1
	+10	1,00	9,13	2,55 +1	5,02 +1	8,31 +1
	- 5	6,71 -3	1,37 -2	2,38 -2	3,74 -2	5,41 -2
	- 2	1,27 -1	2,63 -1	4,62 -1	7,29 -1	1,06
	+ 1	1,31	3,26	6,28	1,03 +1	1,54 +1
	+ 4	4,02	1,59 +1	3,60 +1	6,44 +1	1,01 +2
	+ 7	7,00	4,44 +1	1,15 +2	2,18 +2	3,54 +2
	+10	1,00 +1	9,52 +1	2,68 +2	5,29 +2	8,78 +2

$\eta \backslash \beta$		β				
		0	0,1	0,2	0,3	0,4
$2L_2^0$	- 5	1,34 -2	3,61 -2	7,16 -2	1,20 -1	1,82 -1
	- 2	2,61 -1	7,10 -1	1,42	2,38	3,60
	+ 1	3,60	1,11 +1	2,32 +1	3,99 +1	6,12 +1
	+ 4	1,93 +1	8,54 +1	2,01 +2	3,66 +2	5,80 +2
	+ 7	5,23 +1	3,54 +2	9,28 +2	1,78 +3	2,90 +3
	+10	1,03 +2	1,02 +3	2,90 +3	5,74 +3	9,55 +3
	- 5	6,71 -3	1,72 -2	3,83 -2	7,34 -2	1,27 -1
	- 2	1,27 -1	3,33 -1	7,48 -1	1,44	2,50
	+ 1	1,31	4,39	1,09 +1	2,23 +1	3,99 +1
	+ 4	4,02	2,44 +1	7,62 +1	1,74 +2	3,33 +2
$0L_2^{1/2}$	+ 7	7,00	7,97 +1	3,00 +2	7,51 +2	1,51 +3
	+10	1,00 +1	1,98 +2	8,49 +2	2,25 +3	4,70 +3
	- 5	1,34 -2	4,98 -2	1,31 -1	2,78 -1	5,08 -1
	- 2	2,61 -1	9,84 -1	2,61	5,53	1,01 +1
	+ 1	3,60	1,59 +1	4,48 +1	9,75 +1	1,81 +2
	+ 4	1,93 +1	1,37 +2	4,50 +2	1,06 +3	2,05 +3
	+ 7	5,23 +1	6,50 +2	2,51 +3	6,33 +3	1,28 +4
	+10	1,03 +2	2,15 +3	9,36 +3	2,50 +4	5,22 +4
	- 5	4,04 -2	2,05 -1	6,16 -1	1,39	2,64
	- 2	7,99 -1	4,09	1,23 +1	2,78 +1	5,28 +1
$2L_2^{1/2}$	+ 1	1,30 +1	7,37 +1	2,28 +2	5,23 +2	1,00 +3
	+ 4	1,04 +2	8,52 +2	2,94 +3	7,07 +3	1,39 +4
	+ 7	4,12 +2	5,58 +3	2,20 +4	5,61 +4	1,15 +5
	+10	1,10 +3	2,41 +4	1,06 +5	2,85 +5	5,97 +5
	- 5	1,34 -2	7,03 -2	2,55 -1	6,94 -1	1,56
	- 2	2,61 -1	1,39	5,07	1,39 +1	3,13 +1
	+ 1	3,60	2,33 +1	9,05 +1	2,54 +2	5,82 +2
	+ 4	1,93 +1	2,22 +2	1,04 +3	3,18 +3	7,63 +3
	+ 7	5,23 +1	1,21 +3	6,90 +3	2,32 +4	5,87 +4
	+10	1,03 +2	4,57 +3	3,06 +4	1,10 +5	2,91 +5
$0L_2^{3/2}$	- 5	4,04 -2	3,14 -1	1,34	3,95	9,31
	- 2	7,99 -1	6,27	2,68 +1	7,91 +1	1,87 +2
	+ 1	1,30 +1	1,15 +2	5,08 +2	1,52 +3	3,61 +3
	+ 4	1,04 +2	1,44 +3	7,19 +3	2,28 +4	5,57 +4
	+ 7	4,12 +2	1,06 +4	6,25 +4	2,13 +5	5,44 +5
	+10	1,10 +3	5,20 +4	3,54 +5	1,29 +6	3,42 +6
	- 5	1,62 -1	1,79	8,65	2,70 +1	6,6 +1
	- 2	3,22	3,59 +1	1,73 +2	5,43 +2	1,32 +3
	+ 1	5,76 +1	6,90 +2	3,39 +3	1,07 +4	2,61 +4
	+ 4	6,17 +2	1,03 +4	5,51 +4	1,80 +5	4,48 +5
$2L_2^{3/2}$	+ 7	3,41 +3	9,8 +4	5,97 +5	2,06 +6	5,31 +6
	+10	1,20 +4	6,11 +5	4,23 +6	1,55 +7	4,12 +7
	- 5	2,24 -2	7,91 -1	1,10 +1	7,51 +1	3,35 +2
	- 2	4,39 -1	1,58 +1	2,20 +2	1,51 +3	6,73 +3
	+ 1	6,65	2,99 +2	4,31 +3	2,98 +4	1,33 +5
	+ 4	4,41 +1	4,30 +3	7,16 +4	5,19 +5	2,38 +6
	+ 7	1,46 +2	4,0 +4	8,25 +5	6,51 +6	3,12 +7
	+10	3,36 +2	2,55 +5	6,41 +6	5,50 +7	2,76 +8
	- 5	5,94 -3	2,43 -2	9,25 -2	2,80 -1	7,00 -1
	- 2	1,10 -1	4,68 -1	1,82	5,55	1,39 +1
$0L_4^{1/2}$	+ 1	9,10 -1	6,11	2,83 +1	9,27 +1	2,41 +2
	+ 4	1,94	3,74 +1	2,41 +2	9,07 +2	2,54 +3
	+ 7	2,62	1,44 +2	1,20 +3	5,06 +3	1,50 +4
	+10	3,15	4,19 +2	4,19 +3	1,91 +4	5,92 +4

¹⁷ Für die Aufstellung des Algolprogramms zur Berechnung dieser Integrale bin ich Herrn Dr. H. PFLEIDERER zu Dank verpflichtet. Die numerischen Rechnungen wurden im Siemens-Rechenzentrum auf einer elektronischen Rechenanlage (Siemens 2002) durchgeführt.

Tabelle 6. Werte der erweiterten FERMI-Integrale $uL_w^v(\eta, \beta)$.

Es ist $uL_w^v(\eta, \beta) = \int_0^\infty \frac{\exp(x-\eta)}{[1+\exp(x-\eta)]^2} x^u (x+\beta x^2)^v (1+2\beta x)^w dx$. Die letzte (mit Vorzeichen versehene) Ziffer gibt den Exponenten der Zehnerpotenz an, mit der der betreffende Zahlenwert zu multiplizieren ist ¹⁷.

folgt aus (26):

$${}^q M_{ikn}^0 = e n_n |\bar{\mu}_{qn}| \left(\frac{k_0 T}{e} \right)^{i+k-4} \cdot \left[\frac{i+k-4}{2} L_{-2i}^{\frac{(q+2)i+3}{2}} ({}^0 L_0^{3/2})^{i-1} \right] / \left({}^0 L_{-\frac{3}{2}}^{\frac{q+5}{2}} \right) \quad (53)$$

Hierbei ist die Ladungsträgerkonzentration nach (29):

$$n_n = 2 \left(\frac{2 \pi m_n k_0 T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{2}{3} {}^0 L_0^{3/2} \quad (54)$$

und die makroskopische Beweglichkeit gemäß (32):

$$|\bar{\mu}_{qn}| = |\mu_{q0n}| m^{\frac{q-2}{2}} \hbar^{2-q} (2 k_0 T)^{\frac{q+2}{2}} \frac{{}^0 L_{-\frac{3}{2}}^{\frac{q+5}{2}}}{{}^0 L_0^{3/2}}. \quad (55)$$

Die von KOŁODZIEJCZAK⁹ eingeführten Integrale (52) (erweiterte FERMI-Integrale) wurden auszugsweise berechnet und sind in Tab. 6 für $-5 \leq \eta \leq +10$ und $0 \leq \beta \leq 0,4$ zusammengestellt. Für $\beta=0$ er-

hält man die FERMI-Integrale

$${}^u L_w^v(\eta, 0) = (u+v) \cdot F_{u+v-1}(\eta). \quad (56)$$

Die speziell für das InSb-Leitungsband maßgebenden ${}^q M_{ikn}^0$ (53) sind in den Tab. 5 a und 5 b für Streuung an akustischen und optischen Phononen sowie an Ionen aufgeführt. Für $\beta=0$ geht (53) bei Berücksichtigung von (56) und (36) ($q=2r-3$) in die Formel für parabolische Bänder (38) über.

Diese für reine Streumechanismen durchgeführte Transporttheorie kann auf gemischte Streuung ausgedehnt werden. Dazu ist die aus den Einzelstreuemechanismen resultierende Beweglichkeit

$$(\mu_q v)^{-1} = \sum_q (\mu_q v)^{-1} \quad (57)$$

in die Transportintegrale (M_{ik}) einzusetzen. Dies führt natürlich auf kompliziertere Integralformen.

Die thermomagnetischen Effekte von Indiumantimonid oberhalb Zimmertemperatur*

Von H. WAGINI

Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG, Erlangen

(Z. Naturforschg. 19 a, 1541—1560 [1964]; eingegangen am 28. Februar 1964)

Die galvano- und thermomagnetischen Effekte von 4 InSb-Proben verschiedener Störstellenkonzentration wurden im Temperaturintervall von 20—450 °C zwischen 0 und 7 kG untersucht. Es wurden gemessen: spezifisch elektrische Leitfähigkeit, absolute differentielle Thermospannung, Wärmeleitfähigkeit, HALL-Koeffizient, ETTINGSHAUSEN-NERNST-Koeffizient, RIGHI-LEDUC-Koeffizient, Änderung der spezifisch elektrischen Leitfähigkeit, der differentiellen Thermospannung und der Wärmeleitfähigkeit im Magnetfeld. Die experimentellen Ergebnisse des eigenleitenden InSb lassen sich von der dem nichtparabolischen Leitungsband des InSb angepaßten Transporttheorie für isotrope Zweibandleiter am besten wiedergeben, wenn Streuung der Elektronen an optischen Phononen angenommen wird.

Indiumantimonid (InSb) aus der Gruppe der von WELKER^{1, 2} entdeckten A^{III}B^V-Halbleiter erweckte seit den ersten elektrischen Messungen von WEISS³ größtes Interesse, da ungewöhnlich hohe Elektronenbeweglichkeiten gefunden wurden. (Neuere Werte bei Zimmertemperatur: μ_n (InSb) $\approx 77\,000$; μ_n (Ge) ≈ 3900 ; μ_n (Metalle) $\approx 10 - 100 \text{ cm}^2/\text{Vsec.}$) Diese Besonderheit zusammen mit der relativ ein-

fachen präparativen Herstellung (Schmelzpunkt 523 °C) machten in der Folgezeit das InSb zur Modellschubstanz der III-V-Verbindungen. Zahlreiche experimentelle wie theoretische Untersuchungen haben inzwischen auf diesem Gebiet wesentliche Erkenntnisse gebracht. Das Ergebnis dieser Arbeiten ist in einigen Monographien zusammengetragen⁴⁻⁷. Insbesondere ist die Bandstruktur des InSb durch

* Zweite Teilveröffentlichung der Dissertation an der Universität München.

¹ H. WELKER, Z. Naturforschg. 7 a, 744 [1952].

² H. WELKER, Z. Naturforschg. 8 a, 248 [1953].

³ H. WEISS, Z. Naturforschg. 8 a, 463 [1953].

⁴ H. WELKER, Erg. exakt. Naturwiss. 29, 275 [1956].

⁵ C. HILSUM u. A. C. ROSE-INNES, Semiconducting III-V-Compounds, Pergamon Press, London 1961.

⁶ H. EHRENREICH, J. Appl. Phys., Suppl. 32, 2155 [1961].

⁷ O. MADELUNG, Physics of III-V-Compounds, J. Wiley & Sons, New York 1964.

optische und Zyklotronresonanz-Messungen⁸⁻¹¹ weitgehend geklärt. Bemerkenswert ist hierbei die starke Nichtparabolizität des Leitungsbandes ($\epsilon_n \sim k^2$). Außerdem führt die kleine effektive Elektronenmasse ($0,013 m_0$ am unteren Bandrand) schon bei kleinen Konzentrationen zur Entartung der Elektronen.

Ein bis heute noch nicht vollständig geklärtes Problem ist die Streuung der Elektronen im Leitungsband. EHRENREICH¹² fand in seiner fundamentalen Arbeit unter Berücksichtigung der Nichtparabolizität des InSb-Leitungsbandes aus der Elektronenbeweglichkeit und der absoluten differentiellen Thermospannung für eigenleitendes InSb oberhalb 200 °K die Streuung an optischen Phononen als vorherrschenden Streumechanismus. Oberhalb 500 °K sollte auch noch Elektron-Loch-Streuung dazukommen. Messungen des stark vom Streumechanismus abhängenden ETTINGSHAUSEN-NERNST-Effektes (E.-N.-Effekt) und der differentiellen Thermospannungsänderung im Magnetfeld von ZHUZE und TSIDILKOVSKII¹³ sowie EMELJANENKO, KESAMANLY u. NASLEDOW¹⁴ deuteten auf Grund des gefundenen Vorzeichens auf einen vernachlässigbaren Einfluß der Streuung an optischen Phononen hin; dabei wurde allerdings der Theorie ein parabolisches Leitungsband zugrunde gelegt. Erst KOŁODZIEJCZAK und SOSNOWSKI¹⁵ haben den Widerspruch geklärt. Sie konnten für den Spezialfall starker Entartung zeigen, daß das Vorzeichen des E.-N.-Koeffizienten nicht nur vom Streumechanismus, sondern auch von der Bandform abhängt. Insbesondere steht im Falle des InSb das Vorzeichen des E.-N.-Koeffizienten in der korrekten Theorie mit der EHRENREICHschen Folgerung vernachlässigbarer Streuung der Elektronen an akustischen Phononen im Einklang. RODOT^{16,17} versuchte schon früher, der Nichtparabolizität des Leitungsbandes bei den thermomagnetischen Effekten Rechnung zu tragen. Er berücksichtigte die Nichtparabolizität jedoch nur in der Zustandsdichte.

GUSEVA und TSIDILKOVSKII¹⁸ haben für die spezielle Leitungsbandform des InSb HALL-Koeffizient,

E.-N.-Koeffizient, Widerstandsänderung und Thermospannungsänderung für verschiedene Entartungsgrade berechnet und mit experimentellen Daten und der einfachen Theorie für parabolische Bänder verglichen. Auch hier zeigte sich deutlich der starke Einfluß der Nichtparabolizität des Leitungsbandes. Die Theorie für Streuung der Elektronen an optischen Phononen brachte die beste Übereinstimmung mit dem Experiment.

I. Problemstellung

Die bisherigen Messungen erstreckten sich, was die Transportphänomene betrifft, in der Hauptsache auf einige Standardeffekte. In dieser Arbeit sollen auch die teilweise unerforschten thermomagnetischen Effekte untersucht werden. InSb ist wegen der großen Elektronenbeweglichkeit dafür besonders geeignet. Insbesondere wird Wert darauf gelegt, daß an ein und derselben Probe sämtliche Effekte gemessen werden, um über ein bestimmtes Material definierte und möglichst umfassende Kenntnisse zu erhalten.

Ein Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit der bei WAGINI¹⁹ angegebenen Transporttheorie unter Berücksichtigung der Nichtparabolizität des Leitungsbandes muß dann zeigen, inwieweit noch Verfeinerungen der theoretischen Ansätze notwendig sind.

II. Experiment

Die Absicht, möglichst viele Informationen über ein und dieselbe Probe unter gleichen Meßbedingungen zu erhalten, wurde mit der universell ausgelegten Magnetfeldapparatur verwirklicht. Sowohl die elektrischen als auch die thermischen Effekte im Magnetfeld sind mit dieser Apparatur zwischen 0 und 500 °C zugänglich. Nur für die Messung der Wärmeleitfähigkeit bei hohen Temperaturen wird zusätzlich eine zweite Apparatur (Zylinderapparatur genannt) herangezogen. Sie arbeitet nach der strahlungsverlustfreien Methode mit radialem Wärmefluß in Zylindern.

⁸ W. G. SPITZER u. H. Y. FAN, Phys. Rev. **106**, 882 [1957].

⁹ F. R. KESSLER u. E. SUTTER, Z. Naturforschg. **16 a**, 1173 [1961].

¹⁰ S. D. SMITH, T. S. MOSS u. K. W. TAYLOR, J. Phys. Chem. Sol. **11**, 131 [1959].

¹¹ G. DRESSELHAUS, A. F. KIP, C. KITTEL u. G. WAGONER, Phys. Rev. **98**, 556 [1955].

¹² H. EHRENREICH, J. Phys. Chem. Solids **2**, 131 [1957].

¹³ V. P. ZHUZE u. I. M. TSIDILKOVSKII, Soviet Phys.-Tech. Phys. **3**, 2177 [1958].

¹⁴ O. V. EMELJANENKO, F. P. KESAMANLY u. D. N. NASLEDOW, Soviet Phys.-Solid State **4**, 397 [1962].

¹⁵ J. KOŁODZIEJCZAK u. L. SOSNOWSKI, Acta Phys. Polon. **21**, 399 [1962].

¹⁶ M. RODOT, J. Phys. Radium **19**, 140 [1958].

¹⁷ M. RODOT, Solid State Physics in Electronics and Telecommunications, Academic Press, London 1960, Bd. 2, S. 680.

¹⁸ G. I. GUSEVA u. I. M. TSIDILKOVSKII, Soviet Phys.-Solid State **4**, 1824 [1963].

¹⁹ H. WAGINI, Z. Naturforschg. **19 a**, 1527 [1964].

a) Magnetfeldapparat

1. Apparaturbeschreibung

Die Magnetfeldapparat enthält als Kernstück einen Meßeinsatz mit Probenhalterung, der sich zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten in einem evakuierten Gefäß befindet (Abb. 1).

Vier dünnwandige, schlecht wärmeleitende Kontrazidrohre (3 mm ϕ) verbinden eine Basisplatte mit dem oberen Vakuumgefäßdeckel. Diese Platte ist derart durchbohrt, daß paarweise das Innere der Kontrazidrohre untereinander in Verbindung steht. Dieses hintereinander geschaltete Rohrsystem kann von außen entweder evakuiert oder mit thermostatisch geregelter Flüssigkeit beschickt werden.

Auf die Grundplatte mit den vier Rohren als tragendem Gerüst ist ein Silberrahmen ($7 \times 6 \times 2$ cm³ Außenmaß) mit Molybdän-Boden geschraubt. Auf dem optisch-planen Mo-Teil sitzt die Probe ($30 \times 10 \times 10$ mm³ bzw. $30 \times 7 \times 7$ mm³) mit ebenfalls plan-geschliffenen Stirnflächen. Von oben her wird sie über ein kleines Gradientöpfchen (plane Mo-Unterseite) durch eine außerhalb der Probenhalterung gelegene Feder angedrückt. Somit ist die Probe nur mit Mo im direkten Kontakt. Dieses gut wärmeleitende Metall hat sich als resistent gegenüber dem sehr legierungsfreudigen InSb erwiesen. (Z. B. legiert Ag mit InSb schon oberhalb 300 °C.)

Das Gradientöpfchen, 14 mm ϕ und 8,5 mm hoch, enthält eine 0,15 mm ϕ NiCr-Draht-Heizspirale; diese ist durch eine elektrophoretisch aufgetragene, hochtemperaturbeständige Glimmerschicht elektrisch isoliert und im Öfchen einzementiert. Die Zuleitungen aus 0,15 mm ϕ Ag-Draht zusammen mit den Potentialdrähten aus 0,15 mm ϕ Konstantan sind noch innerhalb des Öf-

chens an die Heizspirale angeschweißt und in einer Vierfach-Keramikkapillare durch ein 2 mm ϕ Kontrazidrohr nach außen geführt. Dieses Rohr ist über ein Kugelgelenk etwas beweglich mit dem Öfchen verbunden. Damit wird erreicht, daß sich das Öfchen der Planfläche der Probe anpassen kann. Elektrisch ist das Öfchen von Masse (Grundplatte) isoliert. Über das Öfchengestänge kann Strom durch die Probe geschickt werden.

An der Probe sind vier spezielle Thermoelemente derart angeordnet, daß Quer- und Längs-Temperaturgradienten bzw. -Spannungen gemessen werden können. Die beiden Thermoelemente in Längsrichtung befinden sich jeweils 1 cm von den Probenenden entfernt. Wie Testmessungen mit verkleinertem Probenquerschnitt (7×7 mm²) bei gleicher Entfernung der Thermoelemente von den Probenenden zeigen, sind damit Randeffekte ausgeschaltet. Die beiden Quer-Paare sind in halber Probenhöhe angebracht.

Da eine Lötung der Thermodrähte an die Probe für Temperaturen bis 450 °C kaum durchführbar ist und somit nur ein unzureichender mechanischer Wärmekontakt hergestellt werden kann, wurde für die Konstruktion der Thermoelemente ein bei der Messung von Oberflächentemperaturen bekanntes Prinzip übernommen. Den schematischen Aufbau dieser „gradientfreien“ Thermoelemente zeigt Abb. 1 (r. unten).

Eine 2 mm starke Sechsfach-Kapillare ist am vorderen Ende mit einigen Windungen 0,15 mm ϕ NiCr-Draht bewickelt (mit Wasserglastalkum festgekittet). Die etwas vorspringenden zwei Durchführungen enthalten das Meßthermopaar aus 0,1 mm ϕ NiCr-Konstantan, das in passenden 0,2 mm ϕ und 2 mm tiefen, mit Ultraschall gebohrten Löchern der Probe steckt. Diese Bohrungen verlaufen in der Probe jeweils par-

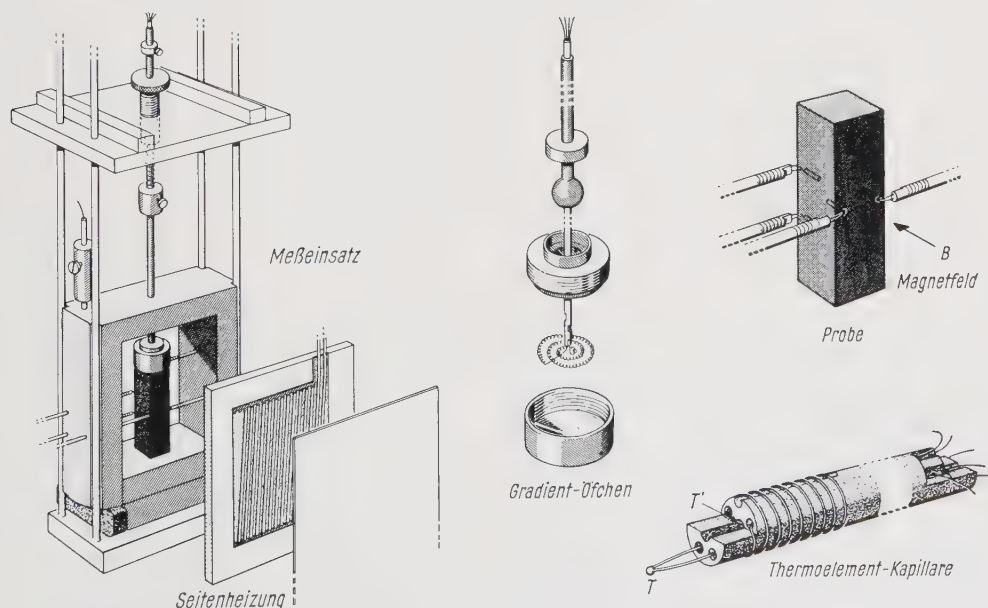


Abb. 1. Magnetfeldapparat.

allel zum Magnetfeld, wie Abb. 1 zeigt. Direkt vorn an der Thermoelement-Kapillare endet ein gleichartiges Thermopaar. Dieses Vergleichselement zeigt an, wann bei geeigneter Beheizung der Heizwicklung die Temperatur der Meßstelle T mit der Temperatur der Kapillare T' übereinstimmt; dann ist sichergestellt, daß dem ca. 2 mm von der Kapillare befindlichen Meßfühler keine Wärme entzogen wird, da entlang der Thermodrähte kein Temperaturgradient existiert. Fixiert wird die Kapillare durch eine Klemmschraube. Mit dieser Anordnung, deren Abgleich wegen der geringen Wärmekapazität schnell zu erreichen ist, werden trotz des relativ schlechten mechanischen Wärmekontakts von Meßfühler zu Meßstelle reproduzierbare Ergebnisse erzielt.

Ein gleichartiges „gradientfreies“ Thermoelement mißt auch die Öfchentemperatur. Die Wandtemperatur wird von zwei weiteren Thermoelementen, NiCr-Konstantan und PtRh-Pt als Vergleichselement, angezeigt. Beide Thermopaare sind in einem Punkt verschweißt und durch ein Gewicht an den Boden einer Bohrung der Wand gedrückt. Im heißen Bereich des Silberrahmens sind alle Drähte mit Keramikstücken isoliert, außerhalb dieser Zone wird Teflonschlauch verwendet. Alle Thermodrähte (insgesamt 24) sind in einem Stück durch den Vakuumgefäßdeckel (isoliert, mit Araldit vergossen) bis zum Eisbad geführt. Jeder Thermdraht hat innerhalb des Vakuumgefäßes im oberen Teil, in separaten Glasröhrchen, Reservewindungen, die beliebig nachgezogen werden können.

Auf der Breitseite des Silberrahmens sind Seitenheizungen aufgeschraubt. Diese bestehen aus zwei übereinanderliegenden Silberblechen mit isoliert eingelegten, bifilar mit NiCr-Heizband bewickelten Glimmerstücken. Die Umgebung der Probe läßt sich wegen der guten Wärmeleitung des Materials weitgehend homogen temperieren, entweder durch elektrische Beheizung (gut stabilisierter Gleichstrom) der Seitenflächen bei evakuierten Kontrazidrohren des Haltegerüsts oder durch Thermostatenflüssigkeit über die Basisplatte. Die Verwendung von Silber gewährleistet eine hinreichend gleichbleibende Oberflächenbeschaffenheit der metallisch blank polierten Innenflächen. Für Wärmeleitungs-messungen ist ein geringes Emissionsvermögen der Umgebung wegen der Strahlungsverluste von Bedeutung. Thermischer Kontakt mit dem wassergekühlten Außengefäß wird durch Abstandstücke aus Kontrazidrohr verhindert.

Zur Evakuierung des Vakuumgefäßes dient eine Leybold-Öldiffusionspumpe (DO 30) mit Vorpumpe (D 2). Das erreichte Vakuum liegt unterhalb 10^{-4} Torr.

Der Magnet (B r u k e r -Physik) hat wassergekühlte Spulen und einen Polschuhdurchmesser von 10 cm. Mit maximal 3600 A-Windungen erreicht man bei einem Luftspalt von ca. 4 cm, wie er für die Magnetfeld-apparatur nötig ist, etwa 7 kG. Das Netzgerät hält den

Strom auf $\Delta I/I < 10^{-5}$ konstant. Die Stärke der magnetischen Induktion wird mit einem geeichten HALL-Generator bestimmt²⁰. Über die gesamte Probenlänge ist die Magnetfeldinhomogenität infolge des relativ großen Polabstandes etwa -1%.

Für die Messung der elektrischen Effekte (spezifisch elektrische Leitfähigkeit, HALL-Koeffizient, Widerstandsänderung) wird eine mechanische Umpolmaschine verwendet²¹.

Der im ca. 5 Hz-Rhythmus umpolende, elektronisch konstant gehaltene Probenstrom verhindert einseitige PELTIER-Erwärmung an den Elektroden und garantiert isotherme Meßbedingungen. Die im selben Umpoltakt das Vorzeichen wechselnde Meßspannung wird hinter einer in Reihe geschalteten großen Kapazität wieder mit derselben Maschine in Gleichspannung rückverwandelt. Durch die Kapazität werden Gleichspannungen (z. B. stationäre Thermospannung) abgeblockt, die Meßwechselspannung aber hindurchgelassen. Die eigentlichen Umpolzeiten mit nicht stationärem Probenstrom werden bei den Meßspannungen ausgespart. Nulleffekt und stationäre Thermospannungen sind eliminiert und vereinfachen somit die Messung erheblich. Die rückgepolte Meßgleichspannung wird in einem Kompensator abgeglichen. Die erreichte Genauigkeit liegt etwa bei $\pm 2 \mu V$.

Die Messung erstreckt sich auf vier InSb-Proben verschiedener Störstellenkonzentration²²; drei davon sind einkristallin und eine ist polykristallin. Die Ziehrichtung der Einkristalle (CZOCHEWSKI-Methode) und gleichzeitig die Längsachse der Stäbchen ($30 \times 10 \times 10$ bzw. $30 \times 7 \times 7$ mm³) liegt jeweils in [111]-Richtung.

Probe	Struktur	Dotierungs-Substanz	Typ	HALL-Koeff. (77 °K, mittl. 10 cm) cm ³ /Asec	$n_s = \frac{1}{e R }$ cm ⁻³
1	polykr.	—	n	-1790/-16400	$< 3,5 \cdot 10^{15}$
2	einkr.	Te	n	-261/-267	$2,4 \cdot 10^{16}$
3	einkr.	Te	n	-7,7/-11,3	$8 \cdot 10^{17}$
A	einkr.	Zn	p	+9,6/+15,6	$5 \cdot 10^{17}$

Tab. 1. Eigenschaften der untersuchten InSb-Proben.

Die Inhomogenität der Probe 1 ist unkritisch, da oberhalb Zimmertemperatur praktisch Eigenleitung vorliegt (Eigenleitungskonzentration bei 300 °K: $n_{(i)} \approx 1,8 \cdot 10^{16}$ cm⁻³). Bei Probe 3 liegt die größte Störstellenkonzentration ($8 \cdot 10^{17}$ cm⁻³) in der Probenmitte.

2. Durchführung der Messung

Das Meßprogramm ist zweigeteilt, da bis maximal 200 °C zur Verbesserung der thermischen Probenkontakte ein temperaturbeständiger aber elektrisch iso-

²⁰ Für die Eichung des HALL-Generators mit Kernresonanz bin ich Herrn H. HIERONYMUS zu Dank verpflichtet.

²¹ Diese Umpolmaschine wurde von Herrn H. MARTENS speziell für derartige Messungen entwickelt.

²² Das Probenmaterial wurde freundlicherweise von Herrn Dr. M. WILHELM zur Verfügung gestellt.

lierender Zwischenfilm von Hochvakuumfett (DC von Wacker-Chemie) verwendet wird.

Im ersten Teil werden bei Temperaturen von 20 bis 200 °C sämtliche thermischen Effekte gemessen. Im zweiten Teil, ohne elektrisch isolierenden Zwischenfilm, wird die Messung der elektrischen Effekte in obigem Temperaturbereich nachgeholt und zusammen mit den thermischen Effekten bis ca. 450 °C weitergeführt.

Die Einstellung der Außentemperatur erfolgt bis 70 °C über die Basisplatte durch gleichtemperiertes Wasser eines Thermostaten. Für höhere Temperaturen werden die vier Kontrazidrohre evakuiert und die Probenumgebung über die beiden gleichartigen, hintereinandergeschalteten Seitenheizungen auf der gewünschten Temperatur gehalten. Die Gleichspannungsquelle für diese Heizung ist stabilisiert, so daß in jedem Fall die nötige Temperaturkonstanz von ca. 1/5 °C/Stunde während des gesamten Meßprogramms von ca. 6 bis 7 Stunden aufrechterhalten wird.

Bei festgehaltener Temperatur der Probenhalterung werden im Magnetfeld von 0, +7, -7, -6, +6, +4, -4, -2, +2 und 0 kG hintereinander sämtliche sechs Temperaturen sowie das elektrische Längs- und Quersfeld in der Probe gemessen. Die fünf „gradientfreien“ Thermoelemente werden nach jeder neuen Magnetfedeinstellung mit Potentiometern abgeglichen. Wegen der Effekte, aus denen Temperaturänderungen resultieren, muß nach jeder Änderung der magnetischen Induktion thermisches Gleichgewicht abgewartet werden; dies ist nach ca. 15 Minuten erreicht. Die Effekte, aus denen elektrische Felder als Wirkung hervorgehen, sind dagegen träge.

Bei den galvanomagnetischen Effekten sind wegen der Verwendung der Umpolmaschine (nicht-stationäre Methode) nur spezifisch elektrische Leitfähigkeit, HALL-Effekt und Widerstandsänderung meßbar. Der ETtingsHAUSEN-Effekt ist auf Grund seiner Temperaturträchtigkeit auf diese Weise nicht zugänglich. Die BRIDGMAN-Beziehung: $P = Q_i T / \kappa_{Bi}$ erlaubt aber die Berechnung des ETtingsHAUSEN-Koeffizienten P aus dem ETtingsHAUSEN-NERNST-Koeffizienten Q_i und der Wärmeleitfähigkeit κ_{Bi} . Die stationäre Meßmethode bei den thermischen Effekten ermöglicht die Messung aller zugehörigen Transportkoeffizienten. Die als Gleichspannungen anfallenden Meßgrößen werden mit einer Kompensationseinrichtung auf $\pm 1 \mu V$ ermittelt.

3. Auswertung der Messung

Sämtliche Transportkoeffizienten im Magnetfeld werden aus den Mittelwerten der Meßdaten bei entgegengerichteten Magnetfeldern errechnet. Dadurch sind Null-effekte, soweit vorhanden, eliminiert; auch wird eine Fehlermittelung der Einzelmessung sowie eine Mittelung über die Probeninhomogenität erreicht. Im einzelnen ergeben sich die jeweiligen Transportgrößen aus ihrer Definition in Tab. I der vorangegangenen Arbeit¹⁹.

Die Thermoelemente sind an drei Fixpunkten ($S_{H_2O} = 97,5$ °C, $E_{Sn} = 231,8$ °C, $E_{Pb} = 327,4$ °C) geeicht und ansonsten über das Doppelthermoelement mit dem ebenfalls geeichten PtRh-Pt-Element zu vergleichen. Bei

NiCr-Konstantan ergeben sich Unterschiede in der differentiellen Thermospannung gegenüber den Normwerten bis zu 6,5%. Diese Abweichungen, die sich prozentual gleichermaßen in allen den Meßgrößen niederschlagen, in die Temperaturdifferenz eingehen, werden entsprechend berücksichtigt. Der Fehler der absoluten Temperaturmessung ist vernachlässigbar.

Die gemessene relative differentielle Thermospannung von InSb-NiCr wird im gesamten Temperaturintervall (20–450 °C) um die absolute differentielle Thermospannung des NiCr von $+23 \mu V/^\circ C$ korrigiert.

Die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit erfordert eine Verlust-Korrektur. Nur ein Teil der im Gradient-öfchen erzeugten Wärme fließt durch die Probe, der Rest geht der Wärmeleitung verloren. Zunächst wird durch die Öfchenzuleitung Wärme nach außen abgegeben, und außerdem geht ein Teil durch Strahlung an die Umgebung über. Diese Verluste sind durch Leerversuche recht gut zu erfassen und werden entsprechend berücksichtigt.

Die Korrektur liegt bei 20 °C um 1% und steigt sich auf ca. 17% bei 180 °C. Diese Öfchenverluste verfälschen oberhalb 200 °C, wo nicht mehr mit Fettfilm-Wärmekontakt gearbeitet werden kann, die Ergebnisse derart, daß eine Korrektur sinnlos wird. Daher beschränken sich die Messungen der Wärmeleitfähigkeit mit der Magnetfeldapparatur auf Temperaturen kleiner als 200 °C.

Strahlungsverluste der Probenoberfläche, die das lineare Temperaturgefälle verbiegen, sind noch nicht von Einfluß, wie eine Abschätzung zeigt. Ebenso ist der Fehler durch die Temperaturdrift von einem Bruchteil eines Grades pro Stunde vernachlässigbar klein.

Sämtliche thermomagnetischen Effekte werden gemäß der Versuchsdurchführung adiabatisch gemessen. Da aber z. B. in den adiabatischen ETtingsHAUSEN-NERNST-Koeffizienten die absolute differentielle Thermospannung des Sondenmaterials eingeht und auch die theoretischen Ausdrücke für die isothermen Effekte einfacher sind, werden alle Transportgrößen, soweit notwendig, mit Hilfe der bekannten Relationen^{22a}:

$$\begin{aligned}\kappa_{Bi} &= \kappa_{Ba} / (1 + S^2 B^2), \\ \tilde{\varphi}_{Bi} &= (\tilde{\varphi}_{Ba} + S Q_a B^2) / (1 + S^2 B^2), \\ Q_i &= (Q_a - \tilde{\varphi}_{Ba} S) / (1 + S^2 B^2)\end{aligned}$$

umgerechnet. Hierbei bedeutet κ_B die Wärmeleitfähigkeit im Magnetfeld, $\tilde{\varphi}_B$ die differentielle Thermospannung im Magnetfeld zwischen Proben- und Sondenmaterial, Q den ETtingsHAUSEN-NERNST-Koeffizienten und S den RIGHI-LEDUC-Koeffizienten; Index i bezeichnet isotherme Randbedingungen, Index a adiabatische.

Die relative Änderung der Wärmeleitfähigkeit im Magnetfeld wird durch die Öfchenverluste beeinflusst. Wie einfach abzuleiten ist, erhält man bei festgehaltener Heizleistung N_0 des Gradient-öfchens:

$$\frac{\kappa_0 - \kappa_B}{\kappa_0} = \frac{\Delta T_B - \Delta T_0}{\Delta T_B} \left[1 + \frac{\Delta T_0 l}{\Delta T_0^2 \Delta z (\alpha - 1) (1 + \tilde{\kappa}_V / \tilde{\kappa}_K)} \right],$$

^{22a} Zum Beispiel O. MADELUNG, Handbuch der Physik, Bd. 20, Springer-Verlag, Berlin 1957.

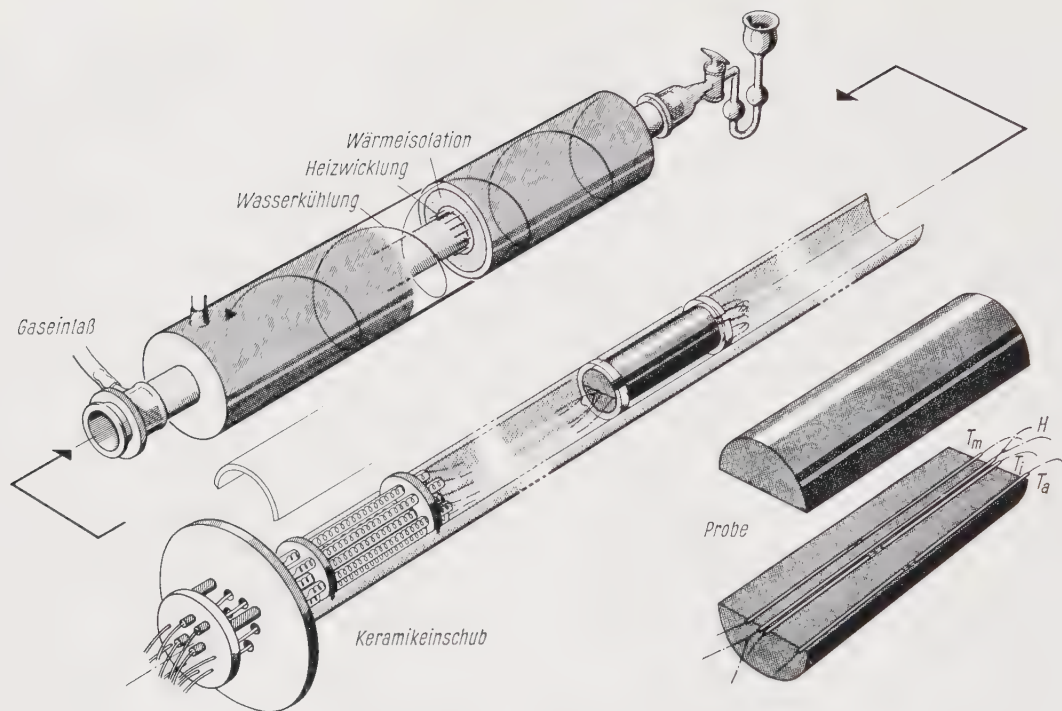


Abb. 2. Zylinderapparat zur Messung der Wärmeleitfähigkeit

wobei ΔT_0 , ΔT_B = Temperaturdifferenz gemessen an der Probe im Abstand Δx ohne und mit Magnetfeld, ΔT_V^0 = Verlusttemperatur des Öfchens ohne Magnetfeld, N_V^0 = Öfchenverlustleistung ohne Magnetfeld, $\tilde{\alpha}_V = |N_V^0 / \Delta T_V^0|$, $\alpha = N_0 / N_V^0$, $1/\tilde{\alpha}_K$ = Wärmewiderstand der Probenkontakte, l = Probenlänge.

Der erste Term stellt die strahlungsverlustfreie relative Wärmeleitfähigkeitsänderung dar, der zweite ist das Korrekturglied. Diese Korrektur beträgt bei 430 °C in der Magnetfeldapparatur ca. 35%. Unterhalb 200 °C ist dieser Fehler vernachlässigbar.

b) Zylinderapparatur

Oberhalb 200 °C (Hochvakuumfett als Wärmekontakt entfällt) sind die Strahlungsverluste in der Magnetfeldapparatur nicht mehr genügend exakt zu erfassen. Daher wird bei hohen Temperaturen zur Messung der Wärmeleitfähigkeit auf die strahlungsfehlerfreie, stationäre Absolutmethode mit radialem Wärmefluß ausgewichen (Abb. 2).

Die eigenleitende, polykristalline InSb-Probe in Zylinderform (2 cm ϕ , 10 cm Länge) ist in Längsrichtung halbiert und plangeschliffen. Beidseitig sind Längsrillen (0,5 mm ϕ) parallel zur Achse eingeschnitten, und zwar in der Achse selbst, in den Abständen $r_i = 1$ mm und $r_a = 9$ mm von der Achse auf der einen Radiusseite sowie im Abstand $r_m = 3$ mm von der Achse auf der anderen Radiusseite. Dieser letzte Abstand r_m ist geometrisch so gewählt, daß die hier herrschende Temperatur T_m genau das Mittel von T_i und T_a liefert. An den

konischen Enden der Probe sitzen geschlitzte Quarzklammern und halten die beiden Zylinderhälften zusammen. In der Mittelrinne liegt, durch eine feine Keramikkapillare isoliert, der Heizdraht aus 0,15 mm ϕ NiCr. Die Heizleistung wird über Strom und Spannungsabfall am Heizdraht (direkt an der Probe) bestimmt. Im Mittelbereich der Probe, außerhalb der gestörten Randzone, fließt der Wärmestrom radial nach außen. Strahlungsverluste sind ausgeschlossen. Die radiale Temperaturdifferenz ($T_i - T_a \approx 3$ °C) wird in der Mitte der Probe mit zwei beidseitig isoliert herangeführten Thermopaaren aus 0,15 mm ϕ NiCr-Ni gemessen. Ein PtRh-Pt-Vergleichselement liefert T_m . Die Thermodrähte sind in einem Stück bis zum Eisbad geführt. Sie sind an Fixpunkten geeicht. Die Abweichung der NiCr-Ni-Thermopaare von den Normwerten der differentiellen Thermospannung beträgt maximal 7% und wird berücksichtigt.

Die verschiedenen Außentemperaturen werden durch einen 75 cm langen, außen wassergekühlten, bifilar mit 1,8 mm ϕ NiCr-Draht gewickelten Zylinderofen erzeugt. Dieser ist bei 1000 °C auf den mittleren 10 cm, wo die Probe liegt, auf etwa ± 1 °C homogen. Durch einen Gäraufsatz wird ein Argonüberdruck von 1 Torr aufrechterhalten und damit Korrosion verhindert. Die molekulare Wärmeleitung der Atmosphäre ist in diesem Fall nur nützlich; es wird der Wärmekontakt der entlang einer längeren Strecke auf homogener Temperatur geführten Thermodrähte mit der Probe verstärkt.

Um reproduzierbare Meßwerte zu bekommen, muß sehr darauf geachtet werden, daß die Meßfühler sich

innerhalb der Rillen nicht verlagern können. Dies ist bei InSb dadurch zu erreichen, daß die eingebaute Probe bis ca. 450 °C hochgeheizt wird. Dadurch legieren die in der Mitte freiliegenden Temperaturmeßfühler etwas mit dem Probenmaterial und sind für die weitere Messung fixiert.

Wegen der besonderen Geometrie lautet die Wärmeleitungsformel:

$$\kappa = \frac{N \ln(r_a/r_i)}{l 2 \pi (T_i - T_a)}.$$

Die Messungen nach dieser Methode können mit einem recht großen Geometriefehler behaftet sein (ca. 20%). Dazu trägt hauptsächlich die Ungenauigkeit von r_i bei. Dieser Fehler ist temperaturunabhängig und somit durch einen einheitlichen Korrekturfaktor zu eliminieren, wenn ein absolut richtiger Vergleichswert der Wärmeleitfähigkeit zur Verfügung steht. Dieser wird von der Stäbchenmethode (Magnetfeldapparatur) bei gemäßigten Temperaturen geliefert.

III. Ergebnisse und Diskussion

Die Meßergebnisse sind in den Bildern 3 – 11 zusammengefaßt. Soweit notwendig, wurden die im experimentellen Teil angegebenen Korrekturen dabei berücksichtigt.

Vorangestellt sind die Standardmeßgrößen, HALL-Koeffizient (Abb. 3) und spezifisch elektrische Leitfähigkeit (Abb. 4), zur Charakterisierung der vermessenen Proben. Sie stimmen im Rahmen der Meßgenauigkeit mit den zahlreichen Literaturwerten überein (z. B. ^{23, 24}). Die absolute differentielle Thermospannung (Abb. 5) und die Wärmeleitfähigkeit (Abb. 6) schließen sich an. Darauf folgen die Transportgrößen im Magnetfeld: ETTINGSHAUSEN-NERNST-Koeffizient (Abb. 7), RIGHI-LEDUC-Koeffizient (Abb. 8), Änderung des spezifisch elektrischen Widerstandes (Abb. 9), der differentiellen Thermospannung (Abb. 10) und der Wärmeleitfähigkeit (Abb. 11) im Magnetfeld. Sie sind jeweils in zwei Bilder a und b unterteilt. In den Abb. 7 a – 11 a wird die Magnetfeldabhängigkeit der Transportgrößen für die Proben 1, 3 und A mit der Temperatur als Parameter wiedergegeben. Dabei sind die Transversalgrößen linear und die Longitudinalgrößen quadratisch gegen die magnetische Induktion aufgetragen, wie es die Schwachfeldtheorie fordert. Aus diesen Kurven ist zu ersehen, daß das Schwachfeldgebiet teilweise auf kleinste magnetische Induktionen be-

schränkt ist (Abweichungen von der Geradlinigkeit). Auf die Magnetfeldabhängigkeiten der Transportgrößen soll nicht näher eingegangen werden, da ein quantitativer Vergleich mit der Theorie der numerischen Schwierigkeiten wegen nicht durchgeführt wird. Die Schwachfeldtransportgrößen, wie sie in den Abb. 7 b – 11 b zusammengestellt sind, ergeben sich aus obigen Magnetfeldabhängigkeiten als Steigungen der Tangenten im Nullpunkt.

Vorweg sei auf einige einheitliche Charakteristika in den Temperaturabhängigkeiten der Transportgrößen (Abb. 7 b – 11 b) hingewiesen. Die p-Probe A zeigt bei allen Effekten im Magnetfeld ein absolutes bzw. relatives Extremum. Es ist jeweils durch den Bipolaranteil (Zweibandanteil) bedingt. Diese Extrema liegen für die verschiedenen Koeffizienten nicht bei der gleichen Temperatur. Sie verschieben sich mit zunehmender magnetischer Induktion zu höheren Temperaturen, wie es vom HALL-Koeffizienten her bekannt ist. Die Transportgrößen der polykristallinen Probe 1 und der einkristallinen Probe 2 stimmen innerhalb der Meßgenauigkeit in der Eigenleitung überein.

Im folgenden werden die Effekte gesondert im Zusammenhang mit den Aussagen der Transporttheorie für schwache Felder ¹⁹ diskutiert. Für die Anwendung der Theorie sind zunächst einige Einzelheiten zu klären. Insbesondere muß die Bandstruktur von InSb näher betrachtet werden.

Wie bekannt ¹⁹, kann die stark nichtparabolische, aber isotrope KANESche Form des Leitungsbandes weitgehend als gesichert gelten.

Über das Valenzband sind die experimentellen Informationen nicht so detailliert. Jedoch wurden bisher keinerlei Hinweise für eine qualitative Abweichung von der KANESchen Theorie gefunden. Hier nach besteht das Valenzband aus zwei Bändern der Massen $0,18 m_0 < m_{p1} < 0,25 m_0$ und $m_{p2} = 0,015 m_0$ am oberen Bandrand, die bei $k=0$ miteinander entartet sind (Abb. 12). Ein weiteres Drittes der Masse $m_{p3} = 0,19 m_0$ ist durch Spin-Bahn-Kopplung abgespalten und liegt in einem Abstand von ca. $\Delta_0 = 0,9$ eV darunter. Beim Schwerlöcherband V_1 ist die Spinentartung in $[111]$ -Richtung aufgehoben; die Maxima liegen seitlich von $k=0$ (vgl. ^{6, 25}). KOŁODZIEJCZAK und KOWALCZYK ²⁶ errechneten eine stark

²³ O. MADELUNG u. H. WEISS, Z. Naturforsch. **9a**, 527 [1954].

²⁴ H. J. HROSTOWSKI, F. J. MORIN, T. H. GEBALLE u. G. H. WHEATLEY, Phys. Rev. **100**, 1672 [1955].

²⁵ R. BRAUNSTEIN u. E. O. KANE, J. Phys. Chem. Solids **23**, 1423 [1962].

²⁶ J. KOŁODZIEJCZAK u. R. KOWALCZYK, Acta Phys. Polon. **21**, 389 [1962].

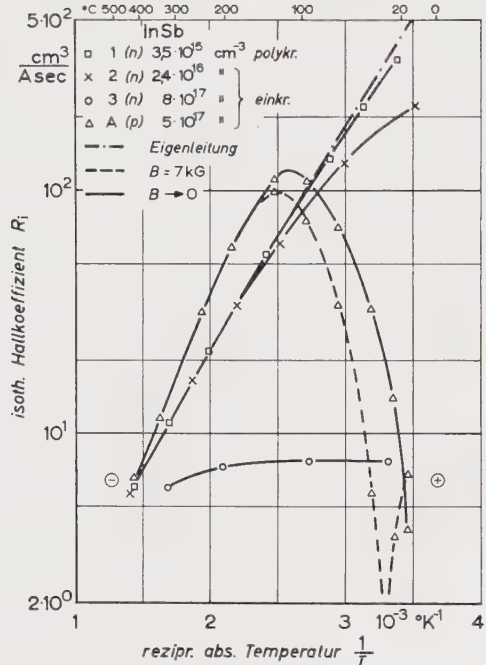


Abb. 3. Isothermer HALL-Koeffizient als Funktion der reziproken absoluten Temperatur.

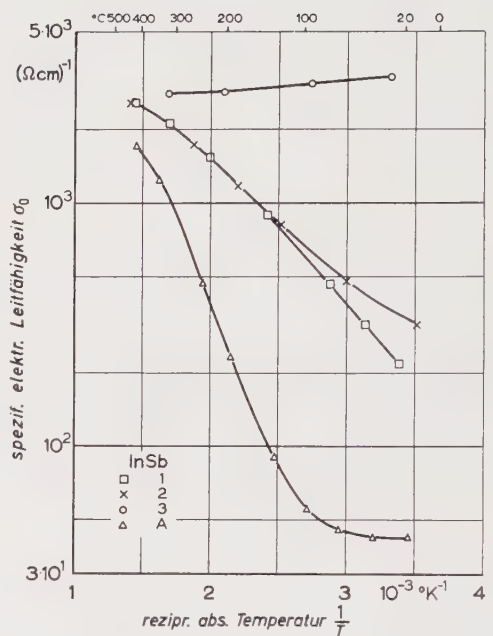


Abb. 4. Spezifisch elektrische Leitfähigkeit als Funktion der reziproken absoluten Temperatur.

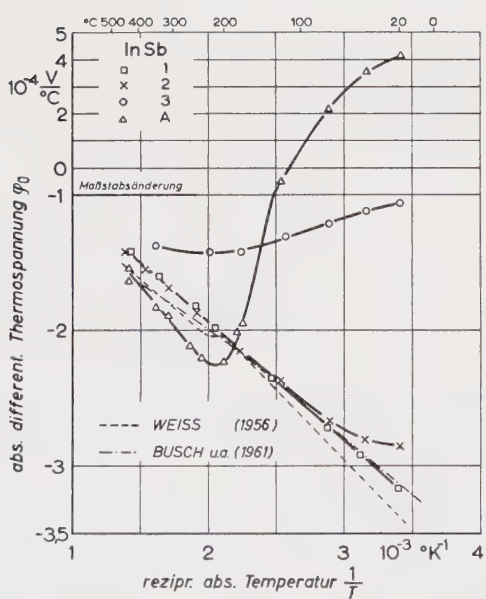


Abb. 5. Absolute differentielle Thermospannung als Funktion der reziproken absoluten Temperatur.

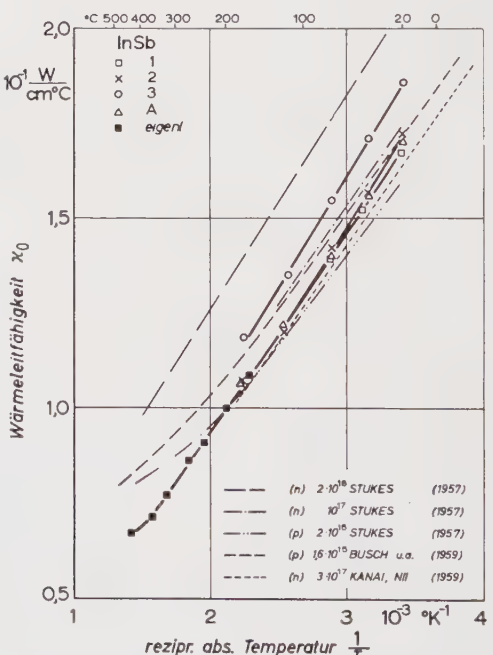


Abb. 6. Wärmeleitfähigkeit als Funktion der reziproken absoluten Temperatur.

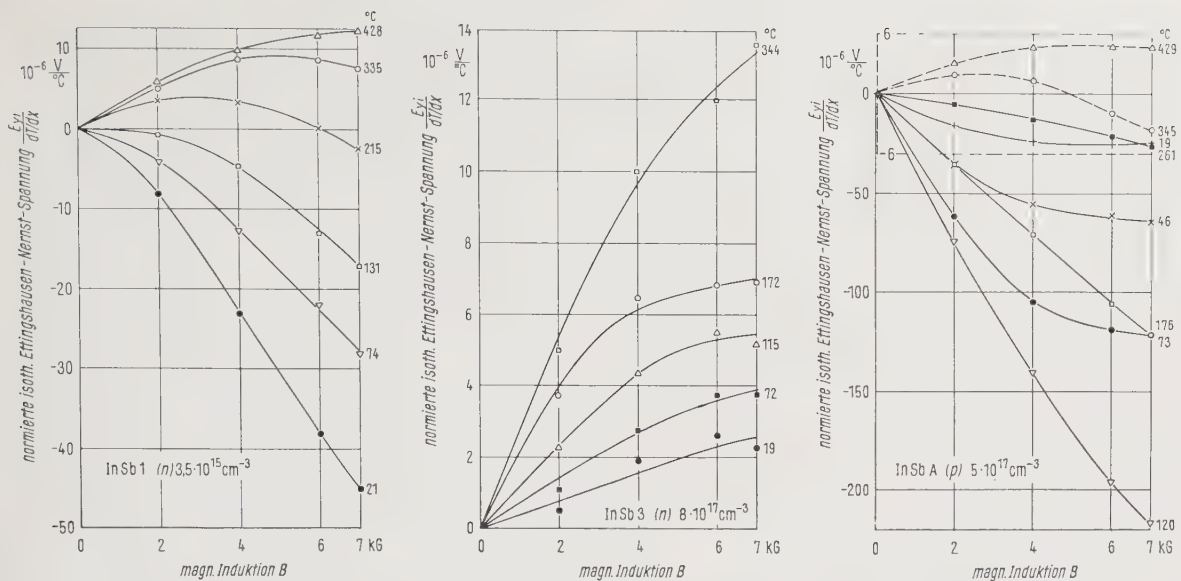


Abb. 7 a. Abhängigkeit der normierten isothermen ETTINGSHAUSEN-NERNST-Spannung von der magnetischen Induktion.

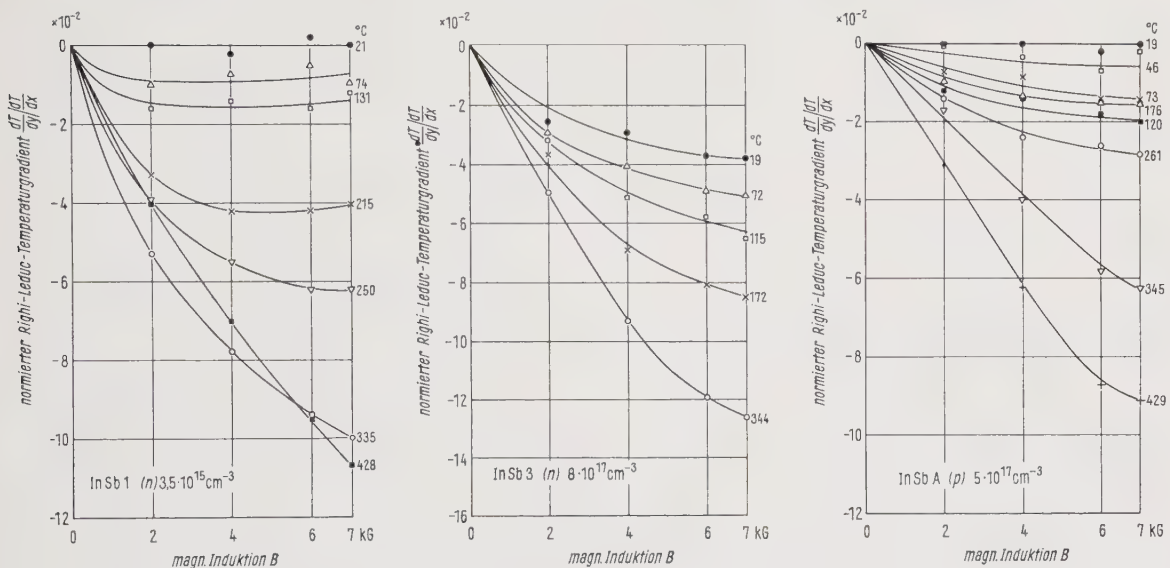


Abb. 8 a. Abhängigkeit des normierten RIGHI-LÉDUC-Temperaturgradienten von der magnetischen Induktion.

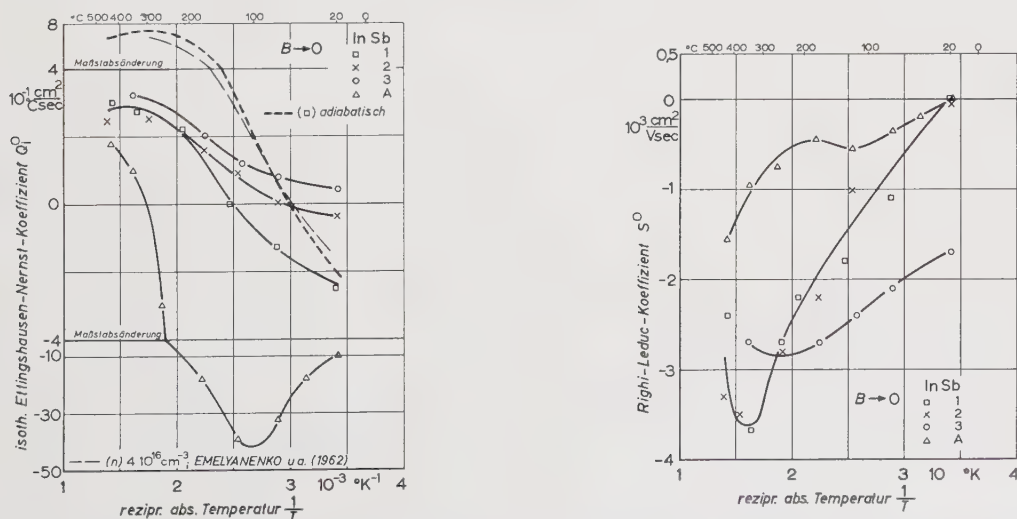


Abb. 7 b. Isothermer ETTINGSHAUSEN-NERNST-Koeffizient als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion.

Abb. 8 b. RIGHI-LÉDUC-Koeffizient als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion.

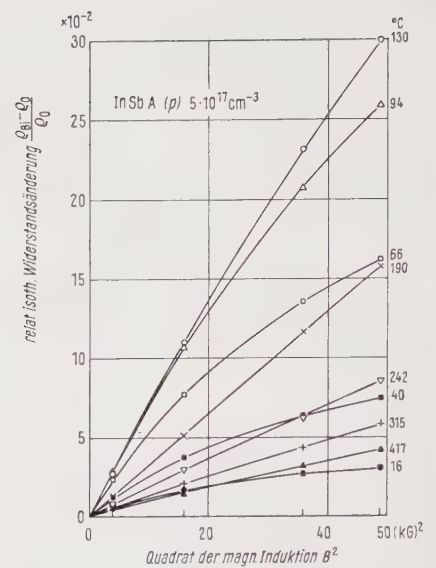
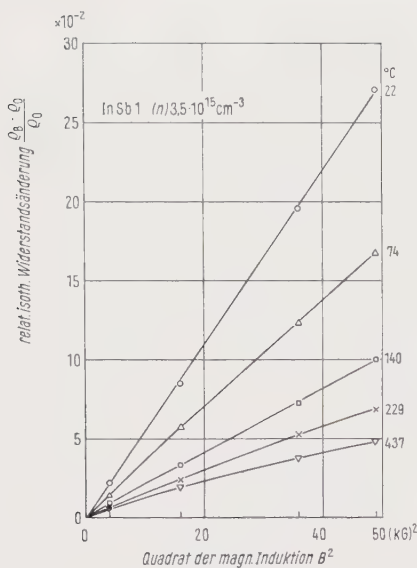


Abb. 9 a. Abhängigkeit der relativen isothermen Widerstandsänderung vom Quadrat der magnetischen Induktion.

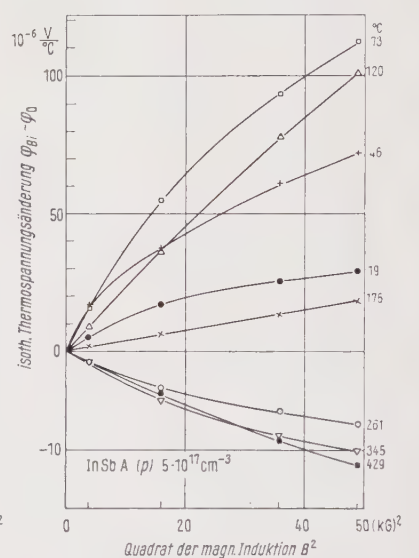
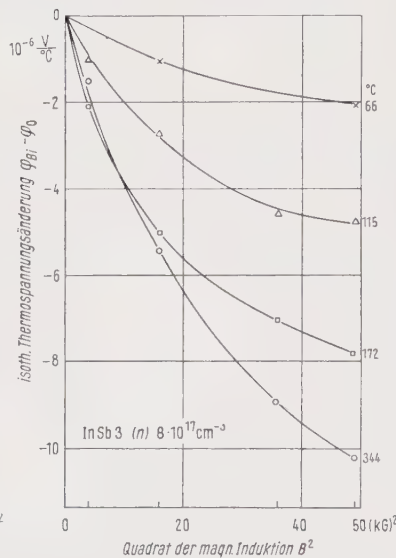
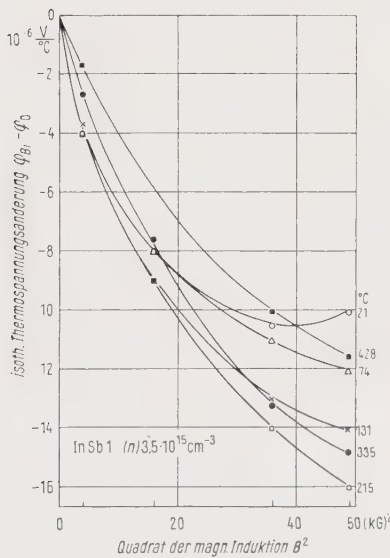


Abb. 10 a. Abhängigkeit der isothermen differentiellen Thermospannungsänderung vom Quadrat der magnetischen Induktion.

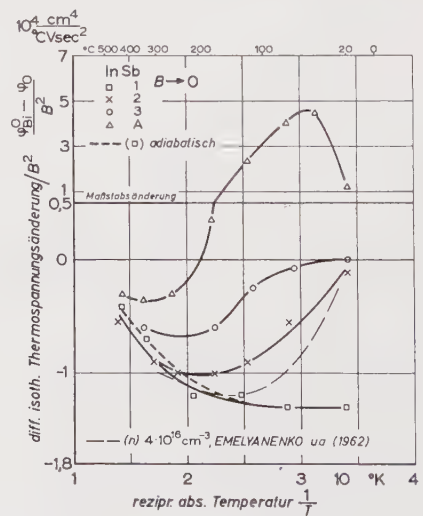
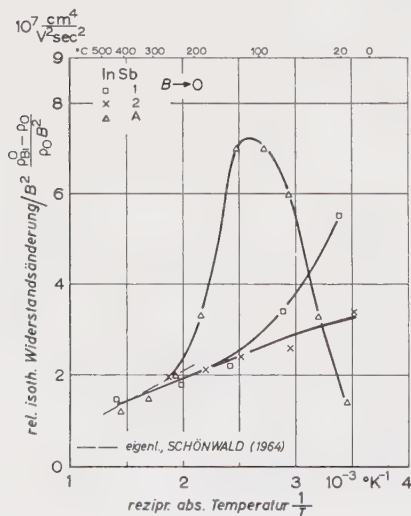


Abb. 9 b. Relative isotherme Widerstandsänderung pro Quadrat der magnetischen Induktion als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion

Abb. 10 b. Isotherme differentiellen Thermospannungsänderung pro Quadrat der magnetischen Induktion als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion.

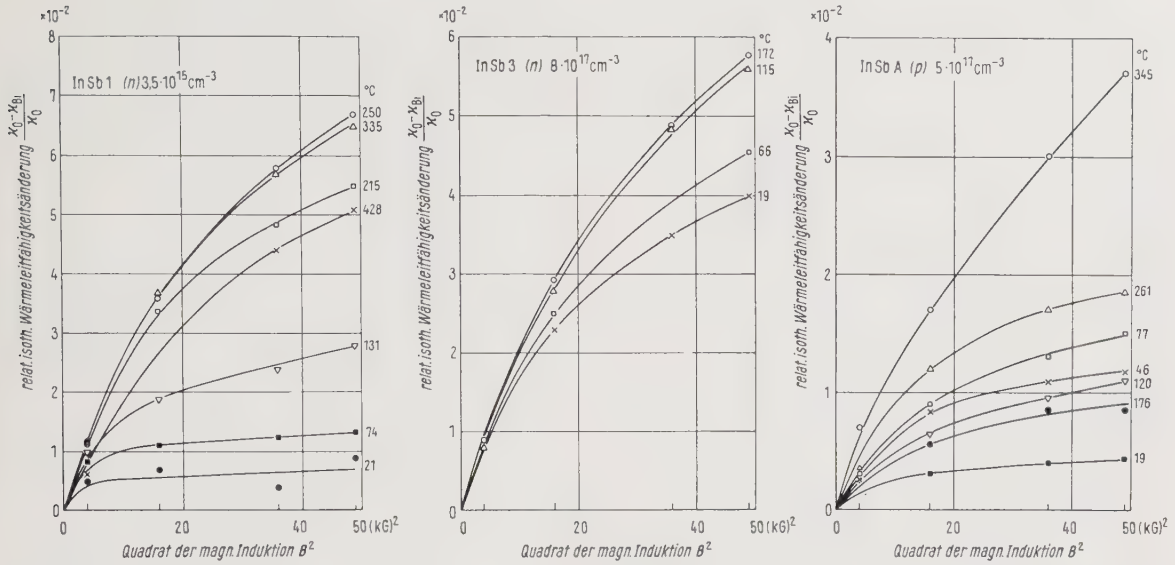


Abb. 11 a. Abhängigkeit der relativen isothermen Wärmeleitfähigkeitsänderung vom Quadrat der magnetischen Induktion.

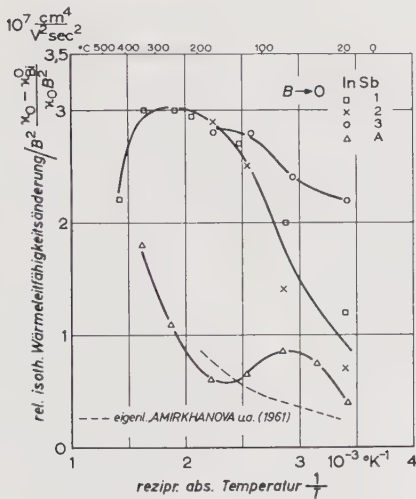
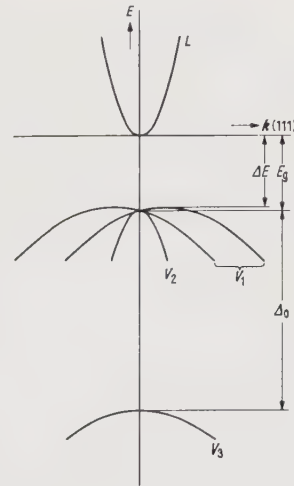


Abb. 11 b. Relative isotherme Wärmeleitfähigkeitsänderung pro Quadrat der magnetischen Induktion als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion.

Abb. 12. Schematische Bänderstruktur von InSb in $[111]$ -Richtung. L =Leitungsband, V_1 =Valenzbänder, ΔE =Thermische Energielücke.

temperaturabhängige Zustandsdichte-Masse aus der Eigenleitungskonzentration, so daß das maßgebende Schwerlöcherband nichtparabolisch angenommen werden muß. Das Leichtlöcherband ist ebenfalls nichtparabolisch. Für die Breite der verbotenen Zone am absoluten Nullpunkt folgt aus optischen Messungen: $E_g(0) = 0,236 \text{ eV}$; bei 300°K liefern die direkten

Übergänge (keine Änderung des Wellenzahlvektors): $E_g(300) = 0,18 \text{ eV}$. Die Auswertung nach indirekten Übergängen ist nicht eindeutig. Ein Wert von $\Delta E(300) = 0,17 \text{ eV}$ gilt als wahrscheinlich²⁷. Diese thermische Energielücke definiert den Abstand von Valenzbandmaximum zu Leitungsbandminimum. Oberhalb 100°K wird eine konstante Temperatur-

abhängigkeit der verbotenen Zone $\delta(\Delta E)/\delta T = -2,9 \cdot 10^{-4}$ bzw. $-2,6 \cdot 10^{-4}$ eV/°C aus optischen Messungen gefunden^{27, 28}.

Nach den obigen Ausführungen müßte eine exakte Theorie das Zusammenwirken der drei Teilchensorten (Elektronen, schwere und leichte Löcher) erfassen und außerdem die speziellen nichtparabolischen Bandformen in Rechnung setzen. Dem steht die Schwierigkeit gegenüber, daß für die beiden Valenzbänder die Bandformen im einzelnen nicht bekannt sind.

Unser theoretischer Ansatz vernachlässigt daher die Substruktur des Valenzbandes. Es wird nur mit zwei Teilchensorten (Elektronen, Löcher) gerechnet. Die Nichtparabolizität des Leitungsbandes dagegen wird voll berücksichtigt. Die Theorie entnehmen wir¹⁹. Hiernach gehen in die einzelnen Transportgrößen als Materialparameter die zwei Ladungsträgerkonzentrationen, die beiden Beweglichkeiten, das FERMI-Niveau und die Breite der verbotenen Zone ein.

Zur Ermittlung von Konzentrationen aus dem HALL-Koeffizienten wird mangels einer genauen Kenntnis des Streufaktors immer mit dem Faktor 1 gerechnet. Dies ist insofern berechtigt, als für starke Entartung wie auch für große Magnetfelder der HALL-Koeffizient-Streufaktor unabhängig vom Streumechanismus gegen 1 geht und den jeweils verwendeten 7 kG-Meßwerten schon Starkfeldcharakter zukommt. Wegen der kleinen Löcherbeweglichkeit ($\mu_n/\mu_p \approx 100$) ist in der Eigenleitung der HALL-Effekt fast ausschließlich von den Elektronen bestimmt, so daß die Eigenleitungskonzentration $n_{(i)}$ sich direkt aus dem Eigenleitungs-HALL-Koeffizienten $R_{(i)}$ errechnet. Die Störstellendichte ($n_D - n_A$) wird aus dem HALL-Koeffizienten bei 77 °K ermittelt. Bei dieser Temperatur sind noch alle Störstellen in InSb ionisiert. Damit sind Eigenleitungs- und Störstellenkonzentration bekannt. Der Konzentrationsverlauf in Abhängigkeit von der Temperatur für die verschiedenen Proben wird wie folgt bestimmt. Das Massenwirkungsgesetz

$$n_{(i)}^2 = n \cdot p \quad (1)$$

gilt nur im Falle der Nichtentartung, wie sich leicht verifizieren läßt. Bei Entartung ist das Produkt ($n \cdot p$) nicht nur eine Funktion der Temperatur, sondern auch des Störstellengehaltes. Die Neutralitätsbedingung dagegen

$$n = p + (n_D - n_A) \quad (2)$$

ist jederzeit erfüllt.

Für die Majoritätsträgerkonzentration ist im Störstellengebiet allein die Störstellenkonzentration maßgebend. Im Gebiet der gemischten Leitung liegt die FERMI-Kante schon nahe der Eigenleitungs-FERMI-Kante, so daß mit guter Näherung hier für die Berechnung der Majoritätsträgerkonzentration die Gl. (2) in Kombination mit (1) verwendet werden darf. Für n-Proben läßt sich die Majoritätsträgerkonzentration auch direkt aus dem HALL-Koeffizienten ermitteln.

Um die Minoritätsträgerkonzentration zu erhalten, muß zunächst das FERMI-Niveau aus der Majoritätsträgerkonzentration bestimmt werden. Dazu wird für die Konzentration der Elektronen die exakte Formel des nichtparabolischen Leitungsbandes¹⁹

$$n \equiv n_n = 2 \left(\frac{2 \pi m_n k_0 T}{h^2} \right)^{3/2} \cdot 2/\sqrt{\pi} \cdot 2/3 \cdot L_0^{3/2}$$

angewendet mit

$$m_n = m_n(0) \cdot \varepsilon_g^*/\varepsilon_g^*(0) \quad (3 a)$$

$$= 0,013 m_0 (0,24 - 10^{-4} T)/0,24 \quad (\text{Abb. 13 a})$$

$$\beta = k_0 T/\varepsilon_g^* = k_0 T/[(0,24 - 10^{-4} T) \text{ eV}],$$

$$\Delta E = -(\zeta_n + \zeta_p) = [0,17 - 2,9 \cdot 10^{-4} (T - 300)] \text{ eV}$$

und für die Konzentration der Löcher nehmen wir

$$p \equiv n_p = 2 \left(\frac{2 \pi m_0 k_0 T}{h^2} \right)^{3/2} \left(\frac{\bar{m}_p(T)}{m_0} \right)^{3/2} \exp(\zeta_p/k_0 T). \quad (3 b)$$

Formel (3 b) setzt Nichtentartung der Löcher voraus, was für alle Proben noch zutrifft ($\zeta_p/k_0 T < -2,5$; s. Abb. 14), und berücksichtigt die Nichtparabolizität des komplexen Valenzbandes durch eine pauschale temperaturabhängige Zustandsdichte-Löchermasse $\bar{m}_p(T)$. Diese Masse ist unabhängig von der Störstellenkonzentration, solange die Löcher der BOLTZMANN-Statistik gehorchen²⁹. Ihren Wert als

²⁷ V. ROBERTS u. J. E. QUARRINGTON, J. Electron. **1**, 152 [1955].

²⁸ F. OSWALD, Z. Naturforschg. **10 a**, 927 [1955].

²⁹ Wird Formel (3 b) der allgemeineren Form:

$$p = \int_0^\infty D(x_p) \exp(\zeta_p/k_0 T - x_p) dx_p$$

[$D(x_p)$ = Zustandsdichte] gleichgesetzt, so sieht man, daß sich $\exp(\zeta_p/k_0 T)$ gegenseitig heraushebt; somit:

$$m_p(T) \neq f(\zeta_p).$$

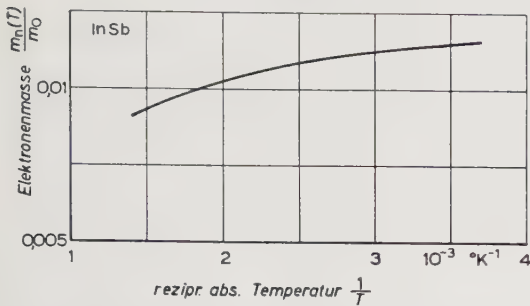


Abb. 13 a. Elektronenmasse von InSb am unteren Bandrand als Funktion der reziproken absoluten Temperatur.

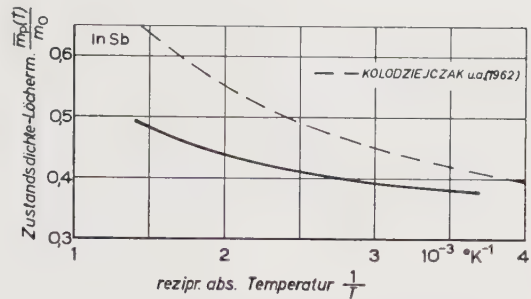


Abb. 13 b. Zustandsdichte — Löchermasse von InSb als Funktion der reziproken absoluten Temperatur.

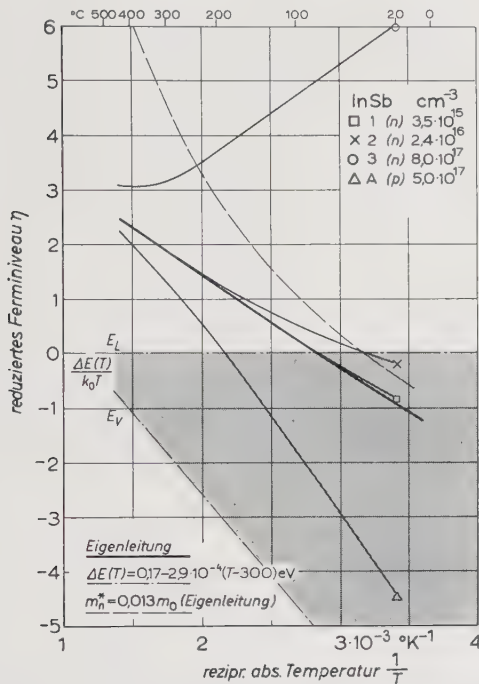


Abb. 14. Reduziertes FERMI-Niveau verschieden dotierter InSb-Proben als Funktion der reziproken absoluten Temperatur.

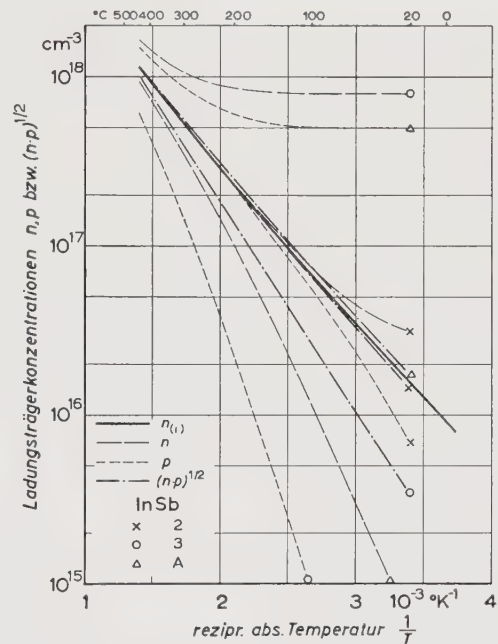


Abb. 15. Eigenleitungskonzentration n_i und die Konzentration von Elektronen n und Löchern p sowie das Produkt $(n \cdot p)^{1/2}$ verschieden dotierter InSb-Proben als Funktion der reziproken absoluten Temperatur.

Funktion der Temperatur (Abb. 13 b) erhält man gemäß (3 b) aus den Eigenleitungsdaten mit $p = n_i$ und dem Eigenleitungs-FERMI-Niveau, welches sich mittels (3 a) aus der Eigenleitungskonzentration ($n = n_i$) errechnet. KOŁODZIEJCZAK und KOWALCZYK²⁶ gaben eine etwas andere $\bar{m}_p(T)$ -Kurve an. Da die Masse sehr empfindlich auf die Breite der verbotenen Zone anspricht, ist die Abweichung verständlich. Mit der Kenntnis von $\bar{m}_p(T)$ ist nun auch (3 b) vollständig definiert. Aus der Majoritätsträgerkonzentration ist daher vermöge der maßgebenden Gl. (3 a)

bzw. (3 b) das FERMI-Niveau zugänglich und hiermit die weitere Berechnung der Minoritätsträgerkonzentration nach der entsprechenden Konzentrationsformel möglich.

Für die verschiedenen Proben ist die Temperaturabhängigkeit der FERMI-Niveaus in Abb. 14 und der Konzentrationen in Abb. 15 zusammengestellt. Das Eigenleitungs-FERMI-Niveau wandert bei ca. 360 °K ins Leitungsband ein. Dies ist im Einklang mit dem Ergebnis von EHRENREICH¹². Die Wurzel aus dem Konzentrationsprodukt $(n \cdot p)^{1/2}$ fällt für die verschie-

denen Dotierungen nicht mit $n_{(i)}$ zusammen. Diese Abweichung vom Massenwirkungsgesetz kann beträchtlich sein (Probe 3).

Schließlich bleibt für die Berechnung der Transportgrößen nur noch die Bestimmung der zwei Beweglichkeiten übrig (Abb. 16). Bei n- und Eigenleitung errechnet sich die Elektronenbeweglichkeit wieder bis auf den gleich 1 gesetzten Streufaktor des HALL-Koeffizienten zu $\mu_n = |R_i \sigma_0|$ (HALL-Beweglichkeit). Entsprechend ergibt sich die Löcherbeweglichkeit von p-Proben in der Störleitung. In den anderen Fällen ist die Beweglichkeit nicht direkt zu bestimmen. Nahe der Eigenleitung kann nach HIERONYMUS und WEISS³⁰ die Löcherbeweglichkeit über die Widerstandsänderung ermittelt werden. Es folgt aus der allgemeinen Zweibandformel³¹ näherungsweise:

$$\frac{\varrho_{Bi} - \varrho_0}{\varrho_0} = \frac{\sigma_0 - \sigma_{Bi}}{\sigma_{Bi}} = |\mu_n \mu_p(B) \frac{R_{in}}{R_{ip}}| B^2 \quad (4)$$

für

$$|R_{in}| \approx |R_{ip}|; \sigma_{Bin} \approx \sigma_{0n}; b \gg 1; (\mu_p(B) \cdot B)^2 < 1$$

mit $\mu_p(B) = R_{ip} \cdot \sigma_{Bip}; b = \mu_n / \mu_p(B)$.

Nach dieser Gleichung ist die gemessene Widerstandsänderung der eigenleitenden Probe 1 ausgewertet (Abb. 16). Der Zimmertemperaturwert stimmt mit den Ergebnissen von HILSUM und BARRIE³² sowie HIERONYMUS und WEISS³⁰ gut über-

ein. Die theoretische Kurve von KOŁODZIEJCZAK und KOWALCZYK²⁶ liegt um einiges höher. Im Bereich von 290 – 350 °K wird ein $T^{-2,1}$ -Gesetz für die Löcherbeweglichkeit gefunden, wie es auch schon unterhalb Zimmertemperatur von anderen Autoren^{24, 33} ermittelt worden ist.

Oberhalb von 350 °K beginnt die Löcherbeweglichkeit anomal anzusteigen. Ein derartiges Verhalten einer Ladungsträgerbeweglichkeit ist mit keinem Streumechanismus zu erklären. Höchstwahrscheinlich versagt hier die Näherungsformel (4). Ursache dafür kann eine zunehmende Bedeutung der Widerstandsänderung im Leitungsband sein, so daß die Näherungsbedingung $\sigma_{Bin} \approx \sigma_{0n}$ verletzt ist; außerdem dürfte sich der Einfluß des nichtparabolischen Bandes der schnellen Löcher mit steigender Temperatur bemerkbar machen, wie SCHÖNWALD³⁴ bei einer Analyse der Widerstandsänderung an Hand des reinen Dreibandmechanismus findet. Für unsere Zwecke wird die Anfangsbeweglichkeit gemäß $T^{-2,1}$ extrapoliert.

Damit bleibt nur noch die Bestimmung der Löcherbeweglichkeiten in der gemischten Leitung und der Elektronenbeweglichkeit von p-leitenden Proben übrig. Diese lassen sich aus den bei HILSUM und ROSE-INNES⁵ gemachten Angaben über die Störstellenabhängigkeit der Beweglichkeiten bei Zimmer-

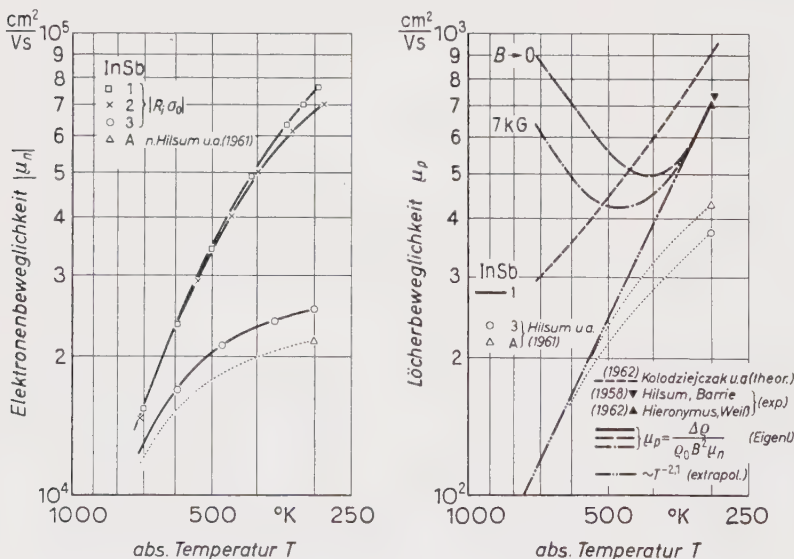


Abb. 16. Elektronen- und Löcherbeweglichkeit als Funktion der absoluten Temperatur.

³⁰ H. HIERONYMUS u. H. WEISS, Sol. State Electr. **5**, 71 [1962].

³¹ R. G. CHAMBERS, Proc. Phys. Soc., Lond. A **65**, 903 [1952].

³² C. HILSUM u. R. BARRIE, Proc. Phys. Soc., Lond. **71**, 676 [1958].

³³ D. J. HOWARTH, R. H. JONES u. E. H. PUTLEY, Proc. Phys. Soc., Lond. **70**, 124 [1957].

³⁴ H. SCHÖNWALD, Dissertation, Universität München 1964; Z. Naturforsch. **19 a**, 1276 [1964].

temperatur graphisch konstruieren, wie es in Abb. 16 ergänzend für die restlichen Proben eingezeichnet ist.

Somit stehen von sämtlichen Proben alle für die Theorie notwendigen Größen zur Verfügung; nämlich die Lage des FERMI-Niveaus, die Ladungsträgerkonzentrationen und die Ladungsträgerbeweglichkeiten. An Hand dieser Ausgangsdaten wird die Temperaturabhängigkeit der einzelnen Schwachfeldgrößen aus der Theorie errechnet. Die Streufaktoren der Löcher- M_{ik}^0 entnehmen wir in Ermangelung einer genaueren Valenzbandkenntnis durchweg der Theorie für parabolische Bänder. Die Streufaktoren der Elektronen- M_{ik}^0 werden vergleichshalber nach der einfachen Theorie (parabolisches Band) und nach der erweiterten Theorie für das KANESCHE nichtparabolische InSb-Leitungsband bestimmt. Hervorgehoben sei noch, daß die einfache Theorie, wie wir sie anwenden, nicht das reine parabolische Verhalten beschreibt, da in der Lage des FERMI-Niveaus schon die Nichtparabolizität berücksichtigt ist.

Es werden gleichartige Streumechanismen von Elektronen und Löchern miteinander gekoppelt. Dieser Spezialfall ist nicht ohne weiteres gegeben. In gewissen Bereichen erwartet man wegen der sehr unterschiedlichen Massen von Elektronen und Löchern Verschiedenheiten im Streumechanismus der beiden Ladungsträgersorten. So erstreckt sich zum Beispiel das Temperaturgebiet der Ionenstreuung für Elektronen zu höheren Temperaturen als für Löcher. TSIDILKOVSKII³⁵ nimmt in der Eigenleitung optische Streuung für Elektronen und akustische Streuung für Löcher an. Wie aber eine Durchrechnung der einzelnen Schwachfeldkoeffizienten in der Eigenleitung zeigt, sind diese für „optische“ Streuung der Elektronen und wahlweise „optische“ oder „akustische“ Streuung der Löcher kaum zu unterscheiden. Am stärksten wird der elektronische Wärmeleitungsanteil mit etwa 10% beeinflusst, die restlichen Transportgrößen nur um ca. 1%.

Nur das eigenleitende InSb wird für den Vergleich von Theorie und Experiment im Schwachfeld herangezogen, da hier die Materialparameter, Beweglichkeit, Konzentration und FERMI-Niveau, am besten bekannt sind, ein reiner Streumechanismus am ehesten verwirklicht ist und außerdem etwaige Inhomogenitätseinflüsse, z. B. von Dotierungsschwankungen her, das Bild nicht fälschen können. Für den Fall

„optischer“ Streuung der Ladungsträger ist ferner noch unterschieden zwischen den Einzelbandanteilen und dem Zweibandanteil (Bipolaranteil)^{35a}. Gegenübergestellt seien noch die zu den drei Streumechanismen gehörenden r in der einfachen Theorie (parabolische Bänder) und die q in der erweiterten Theorie (nichtparabolische Bänder).

Es ist für Streuung an:

	r	q
akustischen Phononen	0	-3
optischen Phononen	1	-1
Ionen	2	1
—	1/2	-2

Nach diesen Vorbemerkungen wollen wir die Transportgrößen einzeln diskutieren.

Die **absolute differentielle Thermospannung** (Abb. 5) ist in der Eigenleitung mit den Kurven von WEISS³⁶ sowie von BUSCH und STEGMEIER³⁷ verglichen. Die am ausgeprägtesten bei WEISS in der Gegend von 500 °K gefundene Stufe hat sich innerhalb der Meßgenauigkeit von ca. $\pm 1\%$ als nicht richtig erwiesen.

Der Vergleich mit der Theorie führt für Streuung an optischen Phononen ($q = -1$) zu guter Übereinstimmung (Abb. 17). Die einfache Theorie (parabolische Bänder) ist davon nicht sehr verschieden. Entscheidend geht die Nichtparabolizität des Leitungsbandes hier nur über das FERMI-Niveau ein und dieses ist, wie schon gesagt wurde, in jedem Fall der korrekten Theorie (nichtparabolisches Leitungsband) entnommen.

Die gemessene **Wärmeleitfähigkeit** ist in Abb. 6 verschiedenen neueren Literaturwerten gegenübergestellt. Wegen der merklichen elektronischen Wärmeleitungsbeiträge liegen die Werte n-dotierter Proben durchwegs höher. Innerhalb der erreichten Meßgenauigkeit von $\pm 5 \cdot 10^{-3}$ W/cm °C ist die Übereinstimmung mit sämtlichen angeführten Autoren im unteren Temperaturbereich gut. Hierbei sind die verschiedensten Meßmethoden vertreten. BUSCH und STEGMEIER³⁷ benutzten für ihre Messungen eine konventionelle Absolutmethode mit Strahlungsschirm, KANAI und NII³⁸ eine nichtstationäre Sinusmethode (Temperaturleitfähigkeit) und STUKES³⁹ verwendete eine Relativmethode. Messungen mit der strahlungsverlustfreien Radialwärmeflußmethode sind hier an

³⁵ I. M. TSIDILKOVSKII, Soviet Phys.-Solid State **4**, 1862 [1963].

^{35a} Transportkoeffizient $A = A_n + A_p + A_{bipol.}$

³⁶ H. WEISS, Z. Naturforschg. **11 a**, 131 [1956].

³⁷ G. BUSCH u. E. STEGMEIER, Helv. Phys. Acta **34**, 1 [1961].

³⁸ Y. KANAI u. R. NII, J. Phys. Chem. Solids **8**, 338 [1959].

³⁹ A. D. STUKES, Phys. Rev. **107**, 427 [1957].

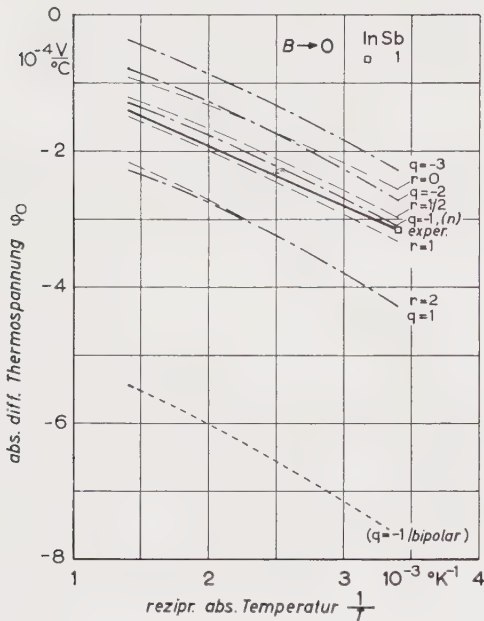


Abb. 17. Absolute differentielle Thermospannung in der Eigenleitung als Funktion der reziproken absoluten Temperatur, theoretisch berechnet für verschiedene Streumechanismen bei parabolischem (r) bzw. nichtparabolischem (q) Leitungsband.

InSb zum ersten Mal durchgeführt worden. Im oberen Temperaturbereich ist die damit ermittelte Kurve (■) die tiefstliegende. Bei den anderen Methoden scheinen noch unberücksichtigte Strahlungseinflüsse eine Rolle gespielt zu haben.

Um den Gitteranteil der Wärmeleitfähigkeit zu erhalten, wird der theoretisch errechnete, elektronische Anteil (Abb. 18) von der Gesamtwärmeleitfähigkeit abgezogen. Dabei wählen wir für die eigenleitende Probe 1 den Wert $q = -1$ („optische“ Streuung), für Probe 3 ein Mittel der dicht beieinander liegenden Daten von $q = +1$ (Ionenstreuung) und $q = -1$. Wie die nachfolgenden Effekte zeigen werden, ist mit $q = -1$ in der Eigenleitung noch keineswegs exakte Übereinstimmung erreicht, so daß der elektronische Anteil mit einigen Unsicherheiten behaftet ist. Der bipolare Anteil der elektronischen Wärmeleitfähigkeit trägt maximal 10% zur Gesamtwärmeleitfähigkeit im oberen Temperaturbereich bei.

Der Wärmeleitungsbeitrag der Photonen κ_R ist vernachlässigbar klein, wie eine Abschätzung nach

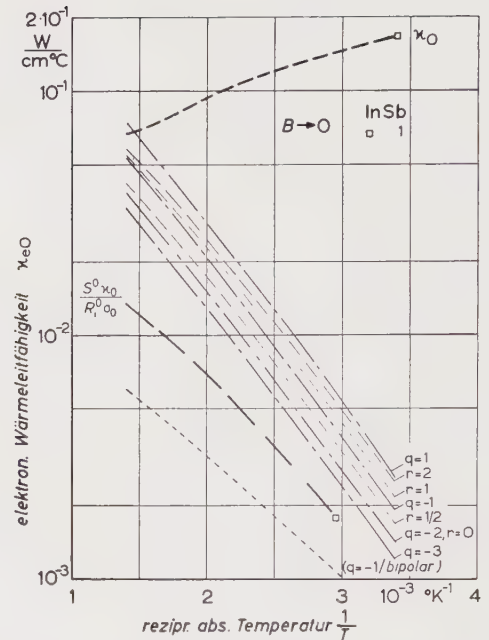


Abb. 18. Elektronische Wärmeleitfähigkeit in der Eigenleitung als Funktion der reziproken absoluten Temperatur, theoretisch berechnet für verschiedene Streumechanismen bei parabolischem (r) bzw. nichtparabolischem (q) Leitungsband.

der von GENZEL⁴⁰ abgeleiteten Formel zeigt:

$$\kappa_R = \frac{16 \bar{\sigma} \bar{n}^2}{3 \alpha} T^3 < 5 \cdot 10^{-4} \text{ W/cm}^\circ\text{C} \quad (300 - 800^\circ\text{K}); \quad (5)$$

$\bar{n}$ = Brechungsindex, $\bar{\alpha}$ = Absorptionskoeffizient (gemittelt über PLANCKSche Strahlungsverteilung), $\bar{\sigma}$ = STEFAN-BOLTZMANN-Konstante.

Die Kurve für die errechnete Gitterwärmeleitfähigkeit ist in Abb. 19 dargestellt. Im Zimmertemperaturbereich ist der Verlauf ungefähr proportional T^{-1} , was auf normale Dreiphononenprozesse ($T > \Theta_{\text{InSb}} = 202^\circ\text{K}$) hindeutet. Mit wachsender Temperatur wird der Abfall der Phononenwärmeleitfähigkeit immer steiler. Zusätzliche Mehrphononenprozesse können höchstens eine Temperaturabhängigkeit zwischen T^{-1} und T^{-2} (vgl. PEIERLS⁴¹) erklären. Wahrscheinlich spielt auch die Phonon-Elektron-Streuung eine Rolle. Dies wird durch die Tatsache gestützt, daß die Gitterwärmeleitfähigkeit der n-dotierten Probe 3 etwas tiefer liegt. Nach theoretischen Betrachtungen von STRATTON⁴² sollte aller-

⁴⁰ L. GENZEL, Z. Phys. **135**, 177 [1953].

⁴² R. STRATTON, Phil. Mag. **2**, 422 [1957].

⁴¹ R. E. PEIERLS, Quantum Theory of Solids, Oxford University Press, London 1955.

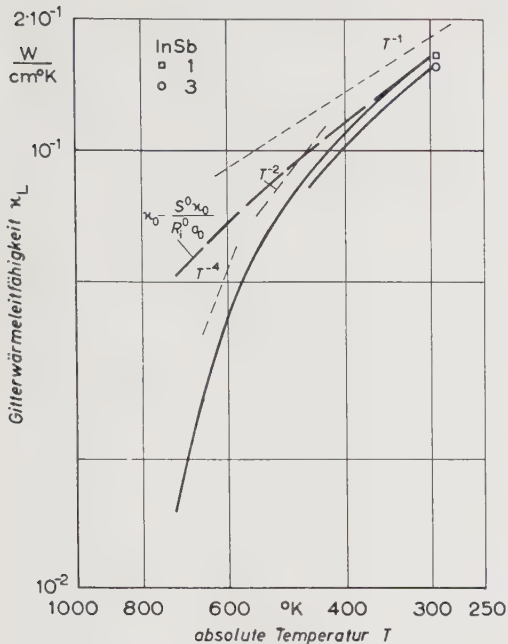


Abb. 19. Gitteranteil der Wärmeleitfähigkeit von InSb ($\kappa_L = \kappa_0 - \kappa_{e0}$) als Funktion der absoluten Temperatur.

dings Phonon-Elektron-Streuung oberhalb der Debye-Temperatur unbedeutend sein. Jedoch fanden BEERS, CODY und ABELES⁴³ in Germanium ebenfalls einen Einfluß der Phonon-Elektron-Streuung auf die Gitterwärmeleitfähigkeit.

Der **Ettingshausen-Nernst-Effekt** oberhalb Zimmertemperatur ist schon verschiedentlich gemessen worden^{13, 14, 16, 17, 44, 45}. Der adiabatische Schwachfeldkoeffizient ist mit der Kurve von EMELJANENKO, KESAMANLY und NASLEDV¹⁴ in der Eigenleitung in guter Übereinstimmung (Abb. 7 b).

Das Vorzeichen des E.-N.-Koeffizienten ist vom Leitungstyp unabhängig. Die eigenleitende Probe 1, die schwach n-dotierte Probe 2 und die p-Probe A sind im Zimmertemperaturbereich negativ. Die stark n-dotierte Probe 3 strebt für tiefe Temperaturen auch negativen Werten zu. Bei hohen Temperaturen sind die E.-N.-Koeffizienten aller Proben positiv. Der Nulldurchgang erfolgt mit zunehmender Temperatur nacheinander für stark n-dotierte, eigenleitende und schließlich stark p-dotierte Proben.

Wie Abb. 20 zeigt, wird in der Eigenleitung der isotherme E.-N.-Koeffizient am besten durch $q = -1$ wiedergegeben. Die einfache Theorie (parabolische Bänder) kann den experimentellen Verlauf nicht beschreiben. In der Eigenleitung ist der p-Beitrag gering. Der bipolare Anteil ist durchwegs negativ; er wird jedoch mit zunehmender Temperatur kleiner, so daß der positive, ziemlich gleichbleibende n-Anteil schließlich bei hohen Temperaturen das Vorzeichen bestimmt.

Messungen des **Righi-Leduc-Effektes** an InSb sind bisher noch nicht durchgeführt worden^{45a}. Für alle Proben wird ein negatives Vorzeichen gefunden (Abb. 8 b). Wie DANNHÄUSER⁴⁶ an Hand der einfachen Theorie für parabolische Bänder in der Schwachfeldnäherung gezeigt hat, gilt die Koppelungsgleichung $S^0 = R_i^0 \sigma_0$ nur für den Spezialfall starker Entartung, sofern die Gitterwärmeleitfähigkeit vernachlässigbar ist. In Abb. 2 ist der rein elektronische R.-L.-Koeffizient: $S_e^0 = S^0 \kappa_0 / \kappa_{e0}$ von Probe I

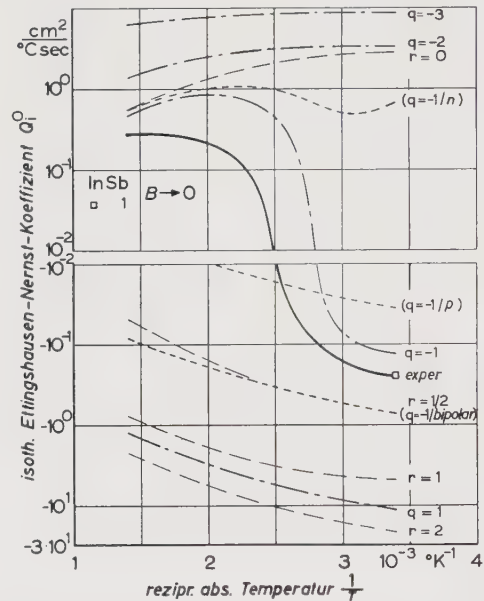


Abb. 20. Isothermer ETtingshausen-NERNST-Koeffizient in der Eigenleitung als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion, theoretisch berechnet für verschiedene Streumechanismen bei parabolischem (r) und nichtparabolischem (q) Leitungsband.

⁴³ D. S. BEERS, G. D. CODY u. B. ABELES, Rep. Conf. Physics of Semiconductors, Exeter 1962; Herausg. Physical Society, London 1962, S. 41.

⁴⁴ D. KH. AMIRKHANOVA, Izv. Akad. Nauk Azerb. SSR Ser. Fiz.-Mat. Tekhn. Nauk 1, 45 [1960].

⁴⁵ K. T. BASOVA, Izv. Vysshikh Uchebn. Zavedenii, Fiz. 6, 116 [1960].

^{45a} Anm. b. d. Korr.: Inzwischen ist eine Arbeit von H. METTE, Z. Phys. 176, 329 [1963], erschienen.

⁴⁶ F. DANNHÄUSER, Z. Phys. 166, 519 [1962].

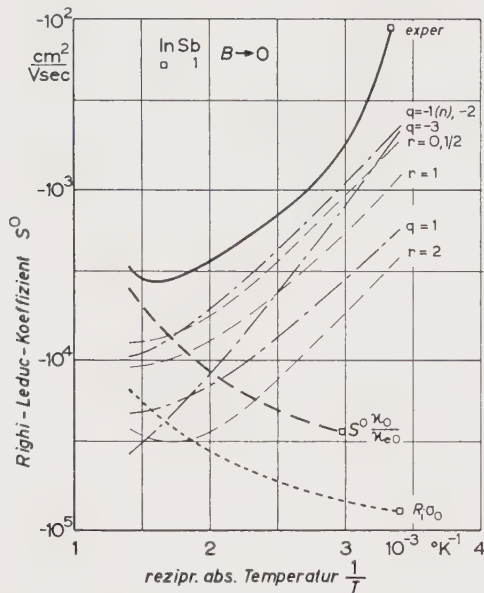


Abb. 21. RIGHI-LEDUC-Koeffizient in der Eigenleitung als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion, theoretisch berechnet für verschiedene Streumechanismen bei parabolischem (r) und nichtparabolischem (q) Leitungsband.

aufgetragen (κ_{e0} mit $q = -1$ aus Abb. 18). Das Maximum ist vollständig verschwunden. Qualitativ wird derselbe Verlauf wie bei der Hallbeweglichkeit gefunden (ca. um Faktor 3 kleiner). Der hohe Gitterwärmeleitungsanteil bei tiefen Temperaturen verkleinert den rein elektronischen R.-L.-Koeffizient erheblich. Der Schwachfeldkoeffizient (fast reiner n -Anteil) ist, wie Abb. 21 zeigt, für Probe 1 mit $q = -1$ gut verträglich. Die Kurven nach der einfachen Theorie differieren davon nicht stark.

Werte der **relativen Widerstandsänderung im Magnetfeld** oberhalb 20 °C sind nur von WELKER und WEISS⁴⁷ sowie von CHAMPNESS⁴⁸ bekannt. In der Eigenleitung liegt die Kurve von CHAMPNESS etwa 20–30% zu hoch. Die eigenen Meßergebnisse (Abb. 9 a, 9 b) sind in guter Übereinstimmung mit den von SCHÖNWALD³⁴ veröffentlichten Messungen. Die experimentellen Werte von Probe 3 sind wegen der störenden Probeninhomogenität nicht angegeben. Die Theorie kommt in der Eigenleitung mit $q = -1$ dem Experiment am nächsten (Abb. 22). Auffallend sind jedoch die gegenläufigen Krümmungen. Außerdem gibt die Theorie für $q = -1$ noch einen beachtlichen n -Anteil wieder, der nach RUPPRECHT, WEBER

und WEISS⁴⁹ im Bereich der Zimmertemperatur vernachlässigbar klein sein müßte. Bis 500 °K stimmt der reine Bipolaranteil auch sehr gut mit der Meßkurve überein. Setzt man allerdings die Transporttheorie derart an, daß nur ein Zweibandanteil der Widerstandsänderung resultiert, d. h. $r = 1/2$ bei parabolischem Leitungsband bzw. $\mu_{qn} = \text{const.}$ bei nichtparabolischem Leitungsband (nicht eingezeichnet), so werden vor allem der ETTINGSHAUSEN-NERNST-Koeffizient und die Thermospannungsänderung falsch wiedergegeben (Abb. 20, 23).

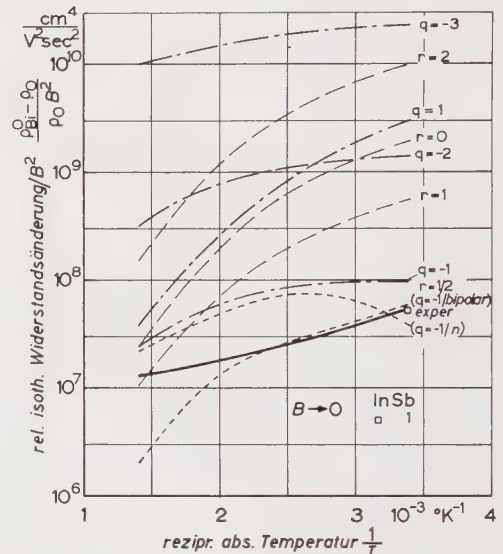


Abb. 22. Relative isotherme Widerstandsänderung pro Quadrat der magnetischen Induktion in der Eigenleitung als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion, theoretisch berechnet für verschiedene Streumechanismen bei parabolischem (r) bzw. nichtparabolischem (q) Leitungsband.

Die **Thermospannungsänderung im Magnetfeld** oberhalb Zimmertemperatur wurde schon mehrfach gemessen^{14, 16, 17, 44, 45}. Die Übereinstimmung der Schwachfeldgröße $(\varphi_{B1}^0 - \varphi_0)/B^2$ (Bild 10 b) mit Werten von EMELJANENKO, KESAMANLY und NASLEDOV¹⁴ in der Eigenleitung ist zufriedenstellend (die Größe ist dort durch die Differenz der Absolutbeträge definiert; daher umgekehrtes Vorzeichen). Alle n -Proben zeigen in dem vermessenen Temperaturgebiet einen negativen Effekt, die p -Probe A ist oberhalb Zimmertemperatur positiv und hat gegen die Eigenleitung hin einen Nulldurchgang zu negativen

⁴⁷ H. WELKER u. H. WEISS, Z. Phys. **138**, 322 [1954].

⁴⁸ C. H. CHAMPNESS, J. Electron. Contr. **4**, 201 [1958].

⁴⁹ H. RUPPRECHT, R. WEBER u. H. WEISS, Z. Naturforsch. **15 a**, 783 [1960].

Werten. Den größten negativen Koeffizient weist die eigenleitende Probe auf. Wie Abb. 23 zeigt, wird in der Eigenleitung die Meßkurve durch die Theorie mit $q = -1$ am besten wiedergegeben. Den Effekt bestimmen vorwiegend die Elektronen. Die einfache Theorie (parabolische Bänder) liefert für die entsprechenden Streumechanismen sehr abweichende Kurven.

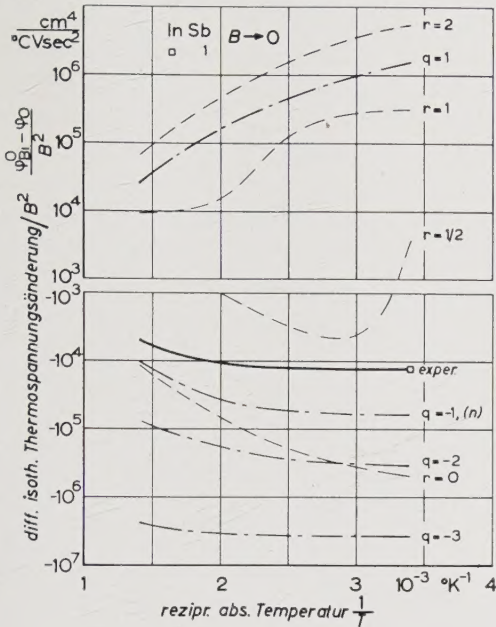


Abb. 23. Isotherme differentielle Thermospannungsänderung pro Quadrat der magnetischen Induktion in der Eigenleitung als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion, theoretisch berechnet für verschiedene Streumechanismen bei parabolischem (r) bzw. nichtparabolischem (q) Leitungsband.

Die **relative Wärmeleitfähigkeitsänderung im Magnetfeld** ist meßtechnisch am schwersten von allen thermomagnetischen Effekten exakt zu erfassen. Bisher ist eine Arbeit über InSb von AMIRKHAANOVA und BASHIROV⁵⁰ erschienen. Die dort zu entnehmenden drei Schwachfeldgrößen $(\kappa_0 - \kappa_{Bi}^0)/\kappa_0 B^2$ in der Eigenleitung liegen bis zu einem Faktor 4 (bei 470 °K) unter den Meßwerten (Abb. 11 b). In Abb. 24 ist die Wärmeleitfähigkeitsänderung in der Eigenleitung auch bezogen auf den rein elektronischen Wärmeleitungsanteil κ_{e0} (mit $q = -1$ aus Abb. 18), der allein durch das Magnetfeld beeinflusst wird. Man erhält eine monoton fallende Kurve. Das Maximum

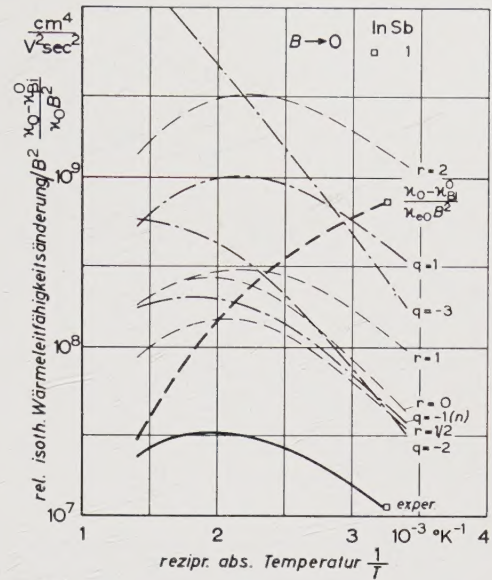


Abb. 24. Relative isotherme Wärmeleitfähigkeitsänderung pro Quadrat der magnetischen Induktion in der Eigenleitung als Funktion der reziproken absoluten Temperatur für den Grenzfall verschwindender magnetischer Induktion, theoretisch berechnet für verschiedene Streumechanismen bei parabolischem (r) bzw. nichtparabolischem (q) Leitungsband.

in der ursprünglichen Normierung auf die Gesamtwärmeleitfähigkeit wird nur durch den Gitteranteil hervorgerufen, wie es auch beim RIGHI-LEDUC-Koeffizienten der Fall ist. Der in der Eigenleitung hauptsächlich durch Elektronen verursachte Effekt wird im Temperaturverhalten durch die Theorie mit $q = -1$ noch am besten beschrieben.

Schlußbemerkungen

Insgesamt gesehen ist durch Berücksichtigung der Nichtparabolizität des Leitungsbandes die Übereinstimmung von Theorie und Experiment im Schwachfeldfall wesentlich verbessert worden. Vorzeichen und qualitativer Verlauf werden, was die eigenleitende Probe 1 betrifft, mit $q = -1$, d. h. Streuung an optischen Phononen, am besten wiedergegeben. Die teilweise noch beträchtlichen quantitativen Unterschiede sind hauptsächlich drei Umständen zuzuschreiben:

1. Die Materialparameter: Ladungsträgerkonzentrationen, Beweglichkeiten und FERMI-Niveau sind noch mit Fehlern ($< 10\%$) behaftet. Eine Durchrechnung mit leicht veränderten Eingangsgrößen zeigt, daß die Transportkoeffizienten prozentual etwa

⁵⁰ D. KH. AMIRKHAANOVA u. R. I. BASHIROV, Soviet Phys.-Solid State 2, 1447 [1961].

in derselben Größenordnung auf die Variation ansprechen.

2. Die hier betrachteten idealen Streumechanismen sind nicht rein realisiert. Insbesondere ist für die maßgebende Streuung an optischen Phononen knapp oberhalb der DEBYE-Temperatur ($\Theta_{\text{InSb}}^{\text{opt}} = 290^\circ\text{K}$) der Streuexponent $q = -1$ nicht exakt gegeben⁶. Trägt man für die verschiedenen Temperaturen die theoretisch berechneten Schwachfeldkoeffizienten als Funktion des Streuexponenten q auf, so findet man einheitlich aus der absoluten differentiellen Thermospannung, dem E.-N.-Koeffizienten, der Widerstandsänderung und der Thermospannungsänderung als Schnittpunkt mit den gemessenen Werten einen Temperaturverlauf des Streuexponenten q zwischen $-0,8$ bei 300°K , $-0,5$ bei 400°K und $-0,8$ bei 700°K . Ein derartiger Verlauf mit Annäherung des Streuexponenten an den Wert $q = -1$ bei hohen Temperaturen deutet auf einen vernachlässigbaren Einfluß der von EHRENREICH¹² oberhalb 500°K angenommenen Elektron-Loch-Streuung hin. Eine solche Streuung kann nämlich wegen des großen Massenunterschiedes von Elektronen und Löchern als zusätzliche Ionenstreuung der Elektronen aufgefaßt werden und müßte sich im Streuexponenten in einer Tendenz zum Wert $q = +1$ mit steigender Temperatur bemerkbar machen. In das recht einheitliche Bild passen RIGHI-LEDUC-Koeffizient und Wärmeleitfähigkeitsänderung nicht ganz hinein. Hier

läßt sich der experimentelle Wert mit den theoretischen Kurven nicht zum Schnitt bringen. Die Meßwerte liegen teilweise einen Faktor 3 im Absolutbetrag darunter.

3. Der Einfluß der speziellen Valenzbandstruktur von InSb ist noch nicht berücksichtigt. Die theoretische Behandlung erfordert eigentlich die Anwendung einer Dreiband-Theorie. Inwieweit dann noch die Nichtparabolizität der Valenzbänder von Bedeutung ist, bleibt abzuwarten. Bei der Widerstandsänderung im Magnetfeld jedenfalls, scheint nach SCHÖNWALD³⁴ die Nichtparabolizität des Leichtlöcherbandes im oberen Temperaturbereich von entscheidendem Einfluß zu sein.

Herrn Professor Dr. A. FAESSLER bin ich für sein Patronat über meine Dissertation außerhalb seines Instituts und seinem förderndem Interesse zu großem Dank verpflichtet. Herrn Professor Dr. H. WELKER möchte ich Dank sagen für die Ermöglichung dieser Arbeit durch Bereitstellung eines Arbeitsplatzes im Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke in Erlangen und für die Freizügigkeit bei der Durchführung dieser Arbeit. Herrn Dr. H. WEISS danke ich für die Anregungen zu Untersuchungen der Wärmeleitfähigkeit und Thermospannung, aus denen sich in Erweiterung das behandelte Thema entwickelte, sowie für wertvolle Hinweise und Diskussionen. Auch den Herren Professor Dr. O. MADELUNG, Dr. H. PFLEIDERER und Dipl.-Phys. H. SCHÖNWALD habe ich für interessante Diskussionen zu danken. Herrn P. HINI bin ich dankbar für die Beratung in technischen Fragen beim Bau der Apparaturen.

Lebenslauf

Am 23. 8. 1936 wurde ich in Mährisch-Ostrau als Sohn des Dipl.-Kfm. HERBERT WAGINI und seiner Ehefrau ANNA geboren. Nach dem Besuch der Volksschule in Mährisch-Ostrau, Prag und Heidelberg trat ich im Herbst 1947 ins Helmholtz-Realgymnasium Heidelberg ein. Die Oberschule zum Dom in Lübeck, die ich ab Juni 1953 besuchte, verließ ich Ostern 1956 mit dem Abitur.

Im Sommer-Semester 1956 begann ich das Studium der Physik an der Münchner Universität. Nach der Diplomvorprüfung im Juli 1958 legte ich im Juli 1960 die Diplomhauptprüfung ab. Seit November 1960 bin ich im Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke in Erlangen beschäftigt, wo ich vorwiegend an diesem Thema arbeitete.

